+ − × ÷

小学数学教学论

XIAOXUE SHUXUE JIAOXUELUN

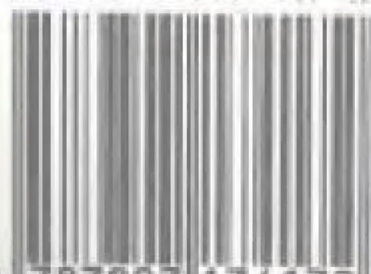


主编 王宏 王军

哈尔滨地图出版社

小学数学教学论

责任编辑／张艳
封面设计／索青



ISBN 7-80717-417-X/G·230
定价：20.00元

小学数学教学论

XIAOXUE SHUXUE JIAOXUELUN

主编　王宏　王军

哈尔滨地图出版社

·哈尔滨·

前　　言

我国基础教育改革正在健康、有序、全面地推进，新课程一步步地走进了学校，走进了课堂。为适应小学数学教育的需要，我们编写了本书，以期对从事和即将从事小学数学教育的工作者提供有价值的理论指导。

在本书的编写过程中，我们参阅了大量同行们的研究成果，在此一并表示诚挚的谢意。由于作者水平有限，加之时间仓促，疏漏和错误之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

作　者

2006年5月

图书在版编目(CIP)数据

小学数学教学论/王宏,王军主编 .—哈尔滨:哈尔滨地图出版社,2006.5
ISBN 7-80717-417-X

Ⅰ.小... Ⅱ.①王... ②王... Ⅲ.数学课-教学研究-小学 Ⅳ.G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 086426 号

哈尔滨地图出版社出版发行
(地址:哈尔滨市南岗区测绘路 2 号 邮编:150086)
哈尔滨庆大印刷厂印刷
开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张:8.187 5 字数:240 千字
2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次印刷
印数:1～800 定价:20.00 元

目　录

第一章　数学课程标准

随着信息化、数字化、学习化社会的到来，对公民的数学素养提出新的要求，这就需要我们重新审视数学课程的价值取向。在信息化社会、知识经济的大背景下，伴随着社会的进步、科技的发展、义务教育的全面实施以及数学学科自身的发展，数学课程改革已势在必行。

第一节　数学教学改革的发展

数学教学改革的发展是和数学教学思想的发展变化密切相关的，而数学教学思想的演变又直接体现在数学教学大纲之中。数学教学大纲是指导数学教学的纲领性文件，规定着数学学科的性质、教学目的、教学要求和教学内容，是编写数学教材的依据，也是检查和评估数学教学质量的重要标准。一般来说，数学教学大纲发生演变，与之相配套的数学教材也将发生演变。因此，我们可以从数学教学大纲及教材的演变中看到数学教学改革和发展的脉络。

同时，大纲和教材中所体现出来的教学思想又是和当时的政治、经济以及文化教育的发展状况分不开的，这就使得数学教学大纲和教材的演变必然以政治、经济和文化教育发展为背景，带上了时代发展的烙印。新中国成立以来，除了 1950 年颁布的具有大纲性质的《数学课程暂行标准(草案)》以外，先后颁布了七部数学教学大纲。可以说，每一次大纲的颁布都是为了适应时代的发展和数学学科自身的发展。

实践证明，沿用了几十年的数学教学大纲已不再适应当今社会进步、学生发展以及数学教学改革的发展需要。为适应未来需求，数学课程的改革应该是全方位的，它要求数学教学必须从基本理念、课程目

标、课程内容、教学方法、课程评价以及课程资源的开发、课程管理等诸多方面进行系统的改革。本次数学课程改革以促进学生的终身发展和可持续发展为基本出发点，分别从基本理念、设计思路、课程目标、内容标准、课程实施建设等五个方面为我们勾画出一幅整体改革的蓝图。其核心理念是“以学生的发展为本”。数学课程标准的颁布，标志着我国的数学教学改革又进入了一个崭新的发展阶段。我们从教学大纲到课程标准的演变中可以正确地把握数学教学改革的发展方向。

一、从数学课程性质的演变看数学教学改革的新发展

数学学科的课程性质与地位的确定，关系到数学教学的全局性和方向性问题，正确地把握数学课程的性质有助于正确地把握数学教学改革的方向。

以往的小学数学教学大纲，对于数学的课程性质是这样阐述的：“数学是学习现代科学技术必不可少的基础和工具。”(1992年版)“数学是日常生活和进一步学习不可缺少的基础和工具。掌握一定的数学基础知识和基本技能，是我国公民应当具备的文化素养之一。”(2000年版)

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》)从着眼于人的全面发展的高度确定了“义务教育阶段的数学课程，其基本出发点是促进学生全面、持续、和谐地发展”，并进一步阐述：“数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论，并进行广泛应用的过程。数学可以帮助人们更好地探求客观世界的规律，并对现代社会中大量纷繁复杂的信息做出恰当的选择与判断，同时为人们交流信息提供了一种有效、简捷的手段。数学作为一种普遍适用的技术，有助于人们收集、整理、描述信息，建立数学模型，进而解决问题，直接为社会创造价值。”这一规定，重新确定了数学课程的性质与地位。我们在理解数学课程的性质与地位时，可以从以下几个方面去把握。

第一，数学教育的基础性。社会的进步与发展对公民的数学素养以及数学教育提出了新的、更高的要求。数学素养是在数学学习中获得的，它不仅是学生终身学习的必备条件，也是未来学生基本素养不可

缺少的重要部分。这就要求我们通过数学课程的实施，让学生具备能适应未来社会发展的最基本的数学素养。例如，让学生学会把实际问题归结为数学问题，相信数学的用途与价值，掌握猜测与推理的手段和方法，能和他人合作解决问题，进行创造和探索等。

第二，数学应用的广泛性。如今，数学已渗透、辐射到人们的日常生活的各个领域。这就要求数学课程内容应密切联系学生的生活，呈现贴近学生现实生活、被学生所熟悉的数学素材，让学生在现实的、生活化的背景中“再创造”地学习数学，体会数学与社会的联系，体会数学的价值，增加对数学的理解和应用数学的信心，培养数学应用意识和实践能力。

第三，数学教育的价值性。数学教育的价值性主要体现在两个方面：一是数学对社会进步的推动作用，即我们应该认识到数学教育在提高全民素质、培养适应现代化需要的各级人才方面也具有特殊的价值；同时数学的发展也能够直接为社会创造价值，做出贡献；二是数学为人们更好地认识世界、交流信息提供了简捷、有效的手段，如今数学已成为人们交流信息的必备工具。数学已不再单纯是一种辅助性工具，已经成为解决许多重大问题的关键性的思想和方法。这就要求我们必须把数学的知识、数学的语言、理性的思维、科学的精神、数学的活动、数学的技术、数学的价值乃至数学的文化转化成为人们学习、工作和生活必不可少的“思维武器”。

由此可见，从大纲到课程标准的演变过程是数学课程性质的内涵不断丰富的过程，也体现着数学教学改革不断发展的过程。

二、从课程基本理念的提出看数学教学改革的新发展

综观断中国成立以后的各部数学教学大纲，它们都没有专门的课程基本理念的论述。《标准》首次提出了基本理念，这为我们进一步指明了数学教学改革的落脚点和方向。

《标准》提出了六个方面的基本理念。这六个方面的基本理念构成了完整的数学课程改革的指导思想。概括地来看，六条基本理念分别强调了六个方面的问题：

1. 教育的目的——数学教育的根本目的是面向全体学生，促进学

生发展。《标准》“基本理念”的第一条明确指出：“义务教育阶段的数学课程应突出基础性、普及性和发展性，使数学教育要面向全体学生，实现人人学有价值的数学，人人都能获得必需的数学；不同的人在数学上得到不同的发展。”我们在理解这条理念时，必须把握四点：第一，教育对象的全体性。义务教育阶段的数学教育必须摒弃精英教育，提倡“为所有人的数学”，应该真正面向全体学生，提供人人均等的学习机会，让每位学生通过数学的学习都能得到最大程度的发展。第二，数学教育的发展性。义务阶段的数学学习应该为每一位学生奠定终生学习的基础，以帮助学生在获得数学知识理解的同时，数学思考能力和情感态度也能得到进步和发展，真正体现“人人都能学有价值的数学，人人都能获得必需的数学”。第三，数学教育的差异性。允许学生富有个性地学习，尊重不同学生的学习差异是现代教学论所倡导的核心理念，在数学教育中我们同样尊重学生的学习差异，“以学论教”，提倡个性化的学习方式，为学生提供适应他本人发展的学习环境和条件，真正使“不同的人在数学上得到不同的发展”。

2. 数学的作用——树立“工具性”和“文化性”相结合的课程观。《标准》明确了“数学是人的生活、劳动和学习必不可少的工具”，这种工具性表现在通过数据处理、计算、推理和证明、建立数学模型等，能帮助人们有效地认识周围世界。这种工具性还体现在数学对人类社会的进步有巨大的推进作用，因为数学的思维方式能促进人类自身创造潜能的发挥，通过数学的语言、思想、方法、技术等也为其他科学技术的发展提供了研究基础。《标准》在赋予数学以工具性价值的同时，还赋予数学以文化的价值，指出“数学也是人类的一种文化，是现代文明的重要组成部分”。数学文化理念的提出，要求我们在数学教育中应积极地用数学学科自身的发展历程、数学应用的广泛性以及数学思考本身所带来的无穷魅力引领学生感悟到数学文化价值的所在。

3. 学习的方式——转变学习方式，赋予数学学习活动以生命的活力。义务教育阶段要以发挥学生的实践能力和创新精神为核心，为此，必须从转变学生的学习方式入手。《标准》明确强调了数学教育不再单纯地依赖模仿与记忆，要转变过去的封闭、被动、接受性的学习方式，倡

导动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。在数学教学中转变学生的学习方式，我们要注意五个"凸显"：一是要凸显数学内容的生活化，教学时应加强与学生的现实生活的紧密联系，呈现的数学素材应是现实的、有意义的，问题情境应充满着挑战性；二是凸显内容呈现的多样化，内容的呈现应满足学生多样化的学习要求，以富有吸引力的方式，启迪学生展开积极的思维，激发学生的学习兴趣；三是凸显学习过程的探究性，教学中应注重创设问题情境，引发矛盾冲突，激发学习兴趣，激活探究欲望，提供探究材料，构建探究性过程，让学生在活动中探究，在探究中体验，在体验中发现，合作探究，自主建构；四是凸显合作与交流，提倡让学生相互学习，相互启发，相互补充。在合作中学会交流，在交流中学会发展；五是凸显学习方式的个性化。"学生是数学学习的主人"，教学中应尊重学生个体独特的体验与内化，使学生的数学学习活动成为生动活泼、主动的和富有个性的过程。

4. 教学的本质——揭示数学教学活动的本质，明确角色转变。《标准》明确指出了"数学教学是数学活动的教学，是师生之间、学生之间交往互动与共同发展的过程"。"交往"意味着师生关系的平等与情感的沟通，"互动"意味着民主的对话与共同的合作，维此，课堂才能成为师生共同发展的绿洲。在以学生为主体的数学活动中，教师的角色更多的时候是学生数学学习的组织者、引导者和合作者，教师的作用就在于激发学生的学习积极性，提供现实而有吸引力的学习背景，激活儿童的已有知识和经验储备，向学生提供充分从事数学活动的机会和空间，帮助学生通过观察、操作、实验、猜测、推理与交流等活动去"做数学"，完成数学的"再创造"，以促进学生真正理解和掌握基本的数学知识与技能，数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验。

5. 评价的目的——重新厘定评价的主要目的和体系。《标准》指出，评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程，激励学生的学习和改进教师的教学。为此，数学课程必须重新构建评价的体系，改变课程评价过分强调甄别与选拔的功能，以真正发挥评价促进学生发展、教师提高和改进教学实践的功能。

6. 现代信息技术的使用——充分发挥现代信息技术在数学教育

中的积极作用。现代信息技术的发展是对数学教育的价值、目标、内容以及学与教的方式所产生的影响在本次数学课程的设计与实施中得到重视。《标准》强调“现代信息技术(特别是计算机和计算器)应成为学生学习数学和解决问题的强有力的工具”。计算机和计算器等先进技术的使用可为数学教学提供一种新颖的学习环境,使得学生可以借助它们完成复杂的数值计算,处理更为现实的问题,有效地从事数学学习活动,最终使学生乐意将更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动之中。为此,在第二学段学生就可以借助计算器进行较复杂的运算,解决简单的实际问题,探索简单的数学规律。

课程标准对数学课程基本理念的深刻阐述,标志着我国教学改革进入了一个崭新的发展阶段。学习新课程标准的基本理念,我们首先要努力实现教育观念的转变,凸显“以学生发展为本”的教育思想,使我们的数学教育为学生的终身发展和可持续发展奠定坚实的基础。

三、从数学设计思路的演变看数学教学改革的新发展

数学课程的设计思路是一个时期数学教学改革的具体反映。本次课程改革对数学课程进行重新的设计。与以往的数学课程相比,此次设计有以下几个特点:

第一,九年一贯制的整体设计。1992～2000 年我国提出要全面实施九年义务教育,但是在学制上,中小学数学是分开的,分别是小学六年、初中三年,没有体现中小学数学教学的整体性和连续性。本次课程改革按九年一贯制进行整体设计数学课程,分为三个连续的阶段:第一学段为一至三年级,第二学段为四至六年级,第三学段为七至九年级。用总目标贯穿九年,将“总体目标”分解为三个“学段目标”,目标的阶段性与整体性有机统一,各学段自然衔接,梯级螺旋上升,避免了以往的中小学数学教学可能出现的相互脱节与不必要的重复。

第二,三维目标整体设计。综观以往的数学教学大纲,在教学内容与教学目的上的设计都是平面的,比较重视数学的知识与技能,忽视了隐性的过程与方法、情感态度与价值观方面的目标。这就造成教学目标的狭窄、学习内容的单一、学习方式的被动。本次数学课程改革着眼于促进学生的全面发展,将数学课程目标从三个维度作了立体化的设

计，强调三个维度的目标是一个有机的整体，相互交织，融合渗透，协调互动，整体促进学生全面、持续、和谐地发展。

第三，内容领域的整体设计。综观新中国成立以来颁布的历次小学数学教学大纲，数学内容的设计都是支离破碎的、零乱的，没能很好地体现数学教学的主线。本次数学课程与以往的课程相比，突出将“数学的思想和方法”作为数学课程设计的一条主线，从“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”、“实践与综合应用”四个学习领域三个维度目标来构建数学课程的体系，同时强调这四个学习领域也是一个横向贯通、纵向有序的相互联系的整体，形成一个球体状的课程体系。这个球的纬线分别是三个目标维度，经线分别为四个学习领域，而球心就是促进全面、可持续发展学生的数学素养。

第四，弹性设计构建了创造空间。以往的中小学数学教学大纲，都明确规定了各个年级、各个学期，甚至各个星期、每一天的学习内容，这给教学带来诸多的限制，从而阻碍了师生创造力的发挥。与以往的数学教学大纲相比，课程标准的的设计体现了较大的灵活性和选择性，在内容标准中仅规定了学生在相应学段结束时应该达到的基本水平，同时不规定内容的呈现顺序和形式，允许教材有多种编排方式。这就为学生的个性化学习和差异学习提供了广阔的空间，同时也为教师创造性地使用教材进行教学提供了舞台。

数学课程的重新设计，使广大数学教师进一步明确了数学教学改革的方向。

四、从数学课程目标的演变看数学教学的新发展

数学课程的改革首先体现在课程目标上。课程目标是对某一阶段学生所应达到的水平所提出的要求。它是数学课程实施的基点，决定着数学课程改革的方向。我们从教学大纲的“教学目的”到课程标准的“课程目标”的演变，同样可以看到数学教学改革的发展。

综观新中国成立以来颁布的小学数学教学大纲，教学目标是平面的，显得比较单薄，数学课程过于注重显性的知识技能目标，都是在强调“双基”的前提下培养能力，如 1992 年版的小学数学教学大纲对“教学目的”是这样阐述的：“使学生理解、掌握数量关系和几何图形的最基

本的知识；使学生具有进行整数、小数、分数四则计算的能力，培养初步的逻辑思维能力和空间观念，能够运用所学的知识解决简单的实际问题；使学生受到思想品德的教育。"这样侧重的是"双基"，而且"双基"的内涵不深，仅限于数和形的最基础知识，把能力的培养局限于计算能力、逻辑思维能力和空间观念，几乎没有考虑现代社会公民所必需的数学应用意识、推理能力、统计观念等数学素养，以及运用数学思想和方法解决问题的能力。《标准》首次确立了知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观三位一体的课程目标，这是数学课程改革史上的一次重大突破，也是数学课程顺应社会进步、科技发展和数学学科自身发展的必然趋势。

《标准》以"促进学生全面、持续、和谐发展"为出发点，从知识与技能、数学思考、解决问题和情感态度、价值观四个方面阐述了各个学段的具体目标。我们在把握数学课程目标时应注意"一个注重"和"两个方面"。所谓"一个注重"，就是指课程标准首次将情感与态度作为目标单独设置，这足以体现出它在学生的数学学习中起着非常重要的作用。我们知道，基础教育阶段的总体目标是培养全面发展的人，对学生情感态度与价值观的培养，是实现义务教育培养目标的需要。以往的数学课程把数学作为一个筛子，过多起到的是选择与淘汰的作用，过分注重数学学科自身体系的完整和学生对"双基"的理解掌握，在很大程度上忽视了学生情感态度的培养，其结果导致一批又一批的学生对数学丧失信心，从而对学习丧失兴趣，学生带着不健全的人格走向社会，这样的心态甚至会影响他们一生的发展。课程标准将情感与态度作为数学教育的一个目标，其目的就在于明确了情感与态度对人的一生发展所具有的深远意义，以此来促进学生主动运用数学解决问题的动力和能力。所谓"两个方面"是：第一，课程目标的整体性，即指以上四个目标是一个密切联系的有机整体，在教学中是同时、并列进行的，是不可分割的，既要强调知识与技能，更要强调过程与方法、情感态度与价值观，是一种"有你也有我"的关系；第二，课程目标的交融性，即指三维目标应该相互交织，融合渗透，互为一体，是一种"我中有你，你中有我"的辩证关系。具体地说，就是知识与技能目标是其他目标落实的载体，知识

与技能的学习必须以有利于其他目标的实现为前提。而过程与方法的重视能够为学习注入原创力，情感态度的关注能够为学习注入催化剂。三维目标相互促进，以真正使学生在“获得对数学理解的同时，思维能力、情感态度与价值观等方面都得到进步和发展”。

五、从数学教学内容的演变看数学教学改革的新发展

课程目标是课程内容选择的主要依据，伴随着课程目标的演变，数学课程内容也应发生变化。教学内容的改革几乎每次都处于数学教育改革的核心。综观国际数学课程改革的趋势，都将“问题解决、数学交流、数学应用、数学思想方法和数学学习的自信心”列为数学教育的主要内容与目标。其中实验观察、信息获取、数据处理、模式抽象、合情推理、预测猜想、逻辑证明、探究创造等，是现代社会所要求的公民应具有的数学素养。而这些现代最重要的数学能力的要素在以往的数学课程中多数都未能得到体现。本次数学课程改变了过去以数学知识的积累为取向的课程体系，重新构建了以促进学生身心全面、持续、和谐发展为目标的课程体系，重组、精简、调整了教学内容。

《标准》对数学教学内容做出的重大调整是历次大纲所不能相比的。对教学内容的调整主要体现以下两个方面：

第一，内容结构的调整。调整主要是将重复叠加式改为块状推进式。以往的小学数学教学大纲，都是将数学内容分为七大类，分别是数与计算、量与计量、几何初步知识、代数初步知识、比和比例、应用题、统计初步知识。上述内容均按年级分单元编写，且每一项内容相对独立。由于过分追求科学性和系统性，内容庞杂，交叉重复，烦琐臃肿，零乱无序，导致学生的学习负担过重，学习兴趣不浓。《标准》在各个学段中，将数学内容重新安排为“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”、“实践与综合应用”四个学习领域，且强调这个学习领域是有机统一的整体。

第二，教学要求的调整。《标准》对以上内容的调整，不仅仅是简单地对内容领域作加法和减法，更多地表现为对教学内容所涉及的具体目标要求和知识点进行了增加、强化、重视和删减、降低、淡化。下面我们试以小学“圆、圆柱与圆锥”的几何教学内容为例，谈一谈《标准》相对

于大纲在内容上的调整思路(表 1-1)。

表 1-1　小学数学教学大纲与《标准》的比较

小学数学教学大纲 (1992 年版)		数学课程标准	
小学六年级		第二学段	
几何初步知识	认识圆，会画圆。 认识圆柱和圆	图形的认识	通过观察、操作，认识圆，会用圆规画圆 通过观察、操作，认识圆柱和圆锥，认识圆柱的展开图
	掌握圆的周长和圆的面积计算公式 会计算圆柱的表面积和圆柱、圆锥的体积	测　　量	探索并掌握圆的周长和面积公式。 能用方格纸估计不规则图形的面积 结合具体情境，探索并掌握圆柱的体积和表面积以及圆锥体积的计算方法 探索某些实物体积的测量方法
		图形与变换	用折纸等方法确定轴对称图形的对称轴，能在方格纸上画出一个图形的轴对称图形。 能利用方格纸等测量形成按一定比例将简单的图形放大或缩小，体会图形的相似。 在方格纸上将简单图形平整或旋转 90° 欣赏生活中的图案，灵活运用平移、对称和旋转，在方纸上能够设计图案
	轴对称图形的初步认识	图形与位置	了解比例尺，在具体情景中按给定的比例尺进行图上距离与实际距离的换算 能根据方向和距离确定物体的位置 能描述简单的路线图 在具体情境中，能用数对来表示位置，并能在方格纸上用数对来确定位置

从 1992 年的小学数学教学大纲和《标准》的比较中我们可以看出，在将“几何初步知识”改为“空间与图形”的同时，更多地将有关知识进行了调整与重组。

首先表现为增加，即在原有图形认识及面积、体积公式的基础上增加了图形与变换、图形与位置。这是因为平移、旋转、对称现象是图形变换的基本形式，对学生认识丰富多彩的现实世界，形成初步的空间观念，以及对图形美的感受与欣赏都是十分重要的；而辨认物体的方向，能看懂自己生活环境的路线图，是学生的一种基本生存能力，也是学生从熟悉的环境中建立空间观念的一条有效途径。《标准》增加的确定物体位置、描述路线图等内容，在以往的大纲和教材中是没有的。《标准》安排这些新的内容，可以使学生有机会接触到对他们全面、和谐、持续

发展更有作用的数学，同时也为他们主动探索数学、审视生活、认识世界提供了重要的载体。

其次是强化。《标准》对圆、圆柱、圆锥的认识明确强调要联系学生的实践活动和经验，通过观察、操作来认识图形，重视了测量的实践性，重视估测及其在生活中的应用，这样的安排可以让学生根据自己的活动经验和生活经验主动构建理解数学知识，同时也加强了数学与生活的联系。

再次是削弱。《标准》用“探索……”的句式替代了原大纲中的“掌握……计算公式”，削弱了单纯的图形周长、面积、体积计算公式的教学。

第四是淡化。主要淡化了形式化的公式记录与枯燥计算，为的是让学生在充满探究性和挑战性的数学活动中发现数学奥秘、发展空间想像力，获得积极的情感体验，展现生命的活力。

从《标准》对数学学习内容的重组可以看出，对陈旧的、烦琐的内容作了删减、淡化与降低，归根结底是为了增加、强化、提高和重视，更加关注学生的经验，更加重视让学生体会数学与自然及人类社会的密切联系。这就为学生留出了更充分的时间和空间去从事探索、观察、实验、猜测、验证、推理及交流等数学活动，以“有价值的、必需的”数学学习满足了学生多样化学习和发展的需要，加深了对数学的理解和运用数学的信心，学会用数学的思维方法解决问题，为学生全方位张扬自己的个性和学会学习奠定了基础。

六、从数学教学评价的演变看数学教学改革的新发展

评价作为整个教学过程的有机组成部分，对教学过程有着重要的影响。有什么样的评价理念，就有什么样的教学过程。综观以柱的教学评价，主要以教学大纲所规定的教学目的和基本要求为依据，着眼于学生成绩的考查和评定，主要考查学生对于双基的掌握和能力的达成。这种评价目标狭窄、内容单一、方式简单，对学生来说是“严肃的”、“冷冰冰的”，对教师来说就是一根无情的“指挥棒”，严重制约着学生的主动学习与个性发展，阻碍着教师的创造性教学与智慧性实践。为彻底改变过去对学生评价的狭窄理解，《标准》提出了全新的评价理念：“评价主要是为

了全面了解学生的数学学习历程，激励学生的学习和改进教师的教学；应建立目标多元、评价方法多样的评价体系。”

《标准》基于教学目的中心的转移，也由知识性的评价转向发展性的评价，无论是从评价的目的、内容，还是方法等方面都发生了变化。我们在把握新的评价观时应从以下几个方面去理解：

第一，从评价的目的上来看。强调评价目的不仅是为了考查学生达到学习目标的程度，更是为了检验和改进学生的数学学习和教师的教学，为了改善课程设计，完善教学过程，从而有效地促进学生的发展。这意味着评价的功能发生了革命性的变化，即从过去过分强调评价的甄别和选拔功能变为充分发挥评价的发展功能。评价的功能更多地在于了解学生的“纵向发展”——今天比昨天进步，明天还需要发展。

第二，从评价的价值取向上来看。评价时既要关注学生学习的结果，更要关注他们在学习过程中的变化和发展；既要关注学生的数学学习水平，更要关注他们在数学实践活动中所表现出来的情感态度与价值观；应强调从知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三个维度进行多元评价。

第三，从评价的方式上来看。强调综合运用多种评价方式，注意将形成性评价与终结性评价、定量评价与定性评价相结合。其中特别强调“加强形成性评价”和“定性评价”。例如，本次数学课程评价强调使用成长记录袋方式来帮助学生评价。

第四，从评价的主体上来看。由过去教师的单一性、权威性评价转向多元主体评价，实现教师评价、学生自我评价、同伴互评、家长评价、社会有关人员共同参与评价的良好局面，达成全方位、多角度、客观、公正地评价学生，促进学生发展。

七、从数学课程资源的提出看数学教学改革的新发展

课程资源是形成课程的因素来源和实施条件。在传统教学中，教材被视为惟一的课程资源，被当做教学的“圣经”，使得数学课程资源结构单一，表现为一个大纲、一本教材、一册教参，形成了“校校同课程，师师同教案，生生同课本”的局面，遏制了师生的创造智慧，课堂因此而显得没有生机与活力。《标准》在转变学生学习方式、改革数学教学活动

的同时也提出了课程资源的开发与利用的观点，这在真正意义上打破了数学教材作为惟一课程资源的神话。从“课程资源的开发与利用”的提出我们可以看出，数学已由封闭走向开放，这对建设开放而有活力的数学课程具有深远的影响。对于数学课程资源开发与利用我们可以从以下几方面来认识：

第一，明确数学课程开发利用的要素和途径。《标准》明确指出，数学课程资源是指依据数学课程标准所开发的各种教学材料以及数学课程可以利用的各种教学资源、工具和场所，主要包括各种实践活动材料、录像带、多媒体光盘、计算机软件及网络，以及报刊、电视广播、少年宫、博物馆、图书馆等。这样的定位，就使得数学教学的教材只能作为重要的“文本”，而不再是惟一的资源；课堂只是数学学习的主要场所，而不再是惟一的场所。

第二，认识数学课程开发利用的价值和功能。我们在明确《标准》对数学课程资源的开发与利用建议的同时，还必须认识其重要的价值和功能。主要体现在：学生借助充分的活动材料能更好地理解数学概念和方法；多媒体课件能为数学学习创设问题情境与现实背景，激发学生的探究欲望；现代信息技术的运用，为学生提供了丰富多彩的环境和有力的学习工具，可以丰富学生数学探索的视野，为学生提供更多的学习机会；强调与其他学科的联系与整合，可以培养学生的数学应用意识和创新精神；课外阅读、网上浏览可以扩大学生的知识而、激发学生的学习兴趣；而报刊、电视广播等媒体可以提供更现实、更有意义的学习素材；参加社区、少年宫、博物馆等场所的活动可以培养学生的实践能力。从某种意义上说，就是要构建“数学大课堂”的理念。

第三，赋予师生创造的权利与义务。《标准》也赋予教师“二度开发课程”的权利，即“积极开发、利用各种教学资源，创造性使用教材”的权利。这就使得教师不再是忠实地执行教材，做教材的“传声筒”，而应“因地制宜，有意识、有目的地开发和利用各种资源”，做数学课程资源的开发者和实施者。我们知道，任何课程要发挥它的效能，都必须通过教师的运用和学生的经验建构。在课程实施过程中，我们必须发挥教师和学生在课程资源开发与利用中的主体作用，给他们较大的空间，给

他们更多的发言权和自主权，实现课程的动态创生与发展。而在课程实施过程中，师生共同确立教学目标、选择教学内容、组织教学、评价教学质量，这本身已经意识着课程实施中对课程的再创造。师生共同开发课程，这样就从课程层面上给教学带来一种“解放”，这种“解放”将使教学过程真正成为师生富有个性化的创造过程。

例如，对于“统计与概率”的内容，教师在教学时应提供足够体现现代社会生活中的实例。可以说，自然、社会与科学中的现象和问题都是学生感兴趣的。既可以从报刊、电视广播、计算机网络等方面寻找素材，也可以从学生的生活实际中提取他们感兴趣的问题。如对学校周围道路交通状况(运输量、车辆数、堵塞情况、交通事故等)的调查，对本地资源与环境的调查，对本班同学喜欢吃的蔬菜的情况的调查，调查一个家庭一个星期扔掉塑料袋的情况，对自己所喜爱的体育比赛的研究，讨论歌手大赛中为什么要去掉一个最高分和最低分;讨论有奖销售等问题。这样的素材能引导学生更多地着眼于对实际问题的探索，理解概念的实际意义，在学习数学的同时更好地认识现实世界。

数学课程资源的优选和重构，是一种独特的数学教育文化。数学课程资源的不断开发和利用，是数学教育生命力的表现。合理建构数学课程资源的结构，拓宽数学课程领域，开发、利用新的课程资源，形成一个可供选择的多样化、系统化和立体化的教材体系，是摆在我们面前的一项重要任务。

第二节　数学课程的基本理念

数学课程的基本理念，就是我们平常所说的数学教学总的指导思想。先进的数学课程理念都来自于成功的数学教学实践。理念指导实践，实践孕育理念。数学课程的基本理念是数学教学改革的时代产物。综观新中国成立以来我国数学教学改革的发展历程，我们会发现，一个时期有一个时期的基本理念:20 世纪 50～60 年代强调打好基础，提出“双基”;70～80 年代中期强调能力和智力，提出“培养能力，发展智

力";80 年代中后期强调非智力因素，提出"培养非智力因素";90 年代以后强调素质教育和创新教育，提出"全面实施素质教育，培养创新意识和实践能力"。教育部于 2001 年 7 月颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》在全面总结新中国成立以来数学教学改革的成功经验的基础上，提出了"义务教育阶段的数学课程，其基本出发点是促进学生全面、持续、和谐地发展"这一数学课程的基本理念。这一数学课程的基本理念应成为当今数学教学改革与实践的指导思想。

关于数学教学的改革与实践，我们必须弄清两个基本问题：数学教学的目的是什么？为了达到这个目的，需要哪些条件？《标准》的基本理念着眼于培养学生终身学习的愿望和能力这一课程改革的总趋势，提出了六个方面的基本理念。这些理念之间的关系，是"目的"和"条件"之间的关系。其中"促进学生全面、持续、和谐地发展"是目的，其他五个方面是为了达到数学教学的目的所必需的条件。

基本理念是构建整个《标准》的基石。我们在理解这六个基本理念时，应该把握其内涵。只有理清其内在的联系，才能明确数学教学改革的方向。

一、促进学生全面、持续、和谐地发展，是数学教育的根本目的

本次数学课程改革从提高学生的基础性学力和发展性学力的高度重新确定了数学课程的教育目标。《标准》指出："义务教育阶段的数学课程，其基本出发点是促进学生全面、持续、和谐地发展。"同时强调"义务教育阶段的数学课程应突出体现基础性、普及性和发展性，使数学教育面向全体学生，实现人人学有价值的数学，人人都能获得必需的数学，不同的人在数学上得到不同的发展。"以上阐述旨在强调义务教育阶段数学课程最核心的目标是通过数学学习促使学生全面、持续、和谐地发展。这种发展意味着数学课程的功能不只是向学生传授作为科学的数学内容和方法，而且要把数学作为人的发展的一般动力来对待，要从学生今后的成长和发展的角度来考虑数学教育问题，要用发展的眼光审视数学的教育价值，从提高学生的全面素质的视角来认识数学课程的目标。

与以往的教学大纲相比，这是一种全新的数学课程观，主要表现为

它是从着眼全体、着力发展的角度来对课程功能进行定位的，即让全体学生在学有价值的数学过程中都获得必需的数学，在获得必需的数学中得到不同的发展。而这种促进学生全面、持续、和谐发展的数学教育必须包括三个方面，即知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观。它们是三位一体的。

我们在理解这条基本理念时，必须重点把握以下四点：

第一，教育对象的全体性。“人人”意味着面向的是全体学生，关注的是每一个学生，是为所有人的数学，而不是为少数人的数学；意味着是每一个学生都能掌握的数学，学习的是“有价值的数学”和“必需的数学”，是让每个人都能在学习中体验成功、找回自信的数学。综观以往的教学大纲，尽管也提出教育要面向全体学生，如 1992 年版大纲提出，“小学数学教学必须面向全体学生，使大多数学生经过努力都能达到基本要求”，2000 年修订版大纲提出“教学要面向全体学生”，但是由于阐述得笼统和含糊，导致教师在实际教学过程中不容易把握面向全体学生的落脚点和出发点，简单地将“面向全体”理解为“统一要求”、“齐步前进”，“强调基础”的数学变成高难度的学习，“促进发展”的学习变成了负担过重的学习，致使面向全体成为一句空话，甚至在某些时候阻碍了学生的发展。

第二，数学教育的基础性。数学已成为公民素养的一个重要组成部分。使学生具备基本的数学素养是义务教育阶段数学教育的一个目标。这就要求我们的数学教育必须面向全体学生，突出普及性和基础性，要为每一个学生提供终身学习的基础。这种基础性要求为学生提供的是有价值的和必需的，且能被学生人人都能获得的数学。从这个角度看，学会用数学的方法思考、理解和解释现实问题是数学教育最先应该完成的任务。为此，必须对学生加强数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识、推理能力的培养。

第三，数学教育的发展性。数学教育不仅要关注学生对数学知识的获取，更应该关注学生的情感态度、认知、思维和一般能力的发展。教学中除了重视基础知识和技能外，还应重视作为解决问题的数学、作为交流的数学、作为推理的数学和数学的联系等那些不但对学生学习数学有用，而且对于学生将来步入社会做任何事情都有价值的内容，以

真正让学生在获得对数学理解的同时，在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到发展。

第四，数学教育的差异性。“不同的人在数学上得到不同的发展”是指数学课程在让学生学习必需的、有价值的数学的同时，要面对每一个有差异的个体，实施有差异的教育，提倡不同的学生学习不同水平的数学，允许学生以不同的速度学习数学，用自己的方法学习数学；为每一个学生提供不同的发展机会和可能，尊重学生的已有经验和富有个性的独特体验，允许有差异地发展，以适应每一个学生不同的发展需要，最大限度地激发每一个学生的创造潜能。

二、认识数学的价值，是达到数学教学目的的前提

从数学哲学上讲，数学科学中最富有生命力、最具有统摄力的是数学观和数学方法论，即数学思想方法。从数学教育哲学上讲，决定一个学生数学修养的高低，最为重要的标志是看他如何看待数学，如何理解数学，以及能否运用数学的思想方法去观察、分析日常生活现象，去解决日常生活中的问题。本次数学课程改革对数学的定位做了重新的阐释，赋予数学素养以新的内涵。

对数学学科的性质、价值和地位作重新的定位，主要基于两个方面的考虑。一是数学学科自身的新发展。20 世纪中叶以来，数学学科发生了巨大的变化，特别是与计算机的结合，使得数学在研究领域、研究方式和应用范围等方面得到了空前的拓展。二是社会、科技的发展，特别是随着信息化、数字化、学习化社会的到来，对公民的数学素养也提出了新的要求，这就需要我们重新审视数学课程的价值。仅仅用“研究现实世界的数量关系和空间形式”来刻划数学已经远远不够了。为此，《标准》指出数学的价值主要体现在以下四个方面：

第一，工具价值。《标准》基于“数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画，逐渐抽象概括、形成方法和理论，并进行广泛应用的过程”，进而指出，“数学是人们生活、劳动和学习必不可少的工具”。这种工具性价值主要体现在它的思想能够帮助人们收集、整理、描述信息，处理数据，进行计算、推理和证明；它的模型可以有效地描述自然现象和社会现象，进而解决问题；它的方法能帮助人们更好地探求客观世界的规

律,能对现代社会中大量纷繁复杂的信息做出恰当的选择与判断,并为人们交流信息提供了一种有效、简捷的手段;它作为一种普遍适用的技术,也能直接为社会创造价值。

第二,基础价值。数学的基础价值是在数学的工具价值基础上提出的,它主要表现为数学能为其他科学提供语言、思想和方法,它是一切重大技术发展的基础。可以说,现代一切重大的科学技术成果的发明和研制,没有哪一项不以数学作为其研究的基础和工具。这就要求我们的数学教育在让学生获得对数学理解的同时,更要让学生获得数学的思想和方法、解决问题的策略和应用数学的意识,以真正帮助学生学会用数学方法思考,形成数学的思维、积极的情感态度与健全的人格,为他们的一生奠定基础。

第三,能力价值。以往的数学大纲,功利主义色彩较为浓厚,受应试教育的影响,考什么教什么,过分强调数学的工具性和基础性。例如,2000 年修订版大纲指出,"数学是日常生活和进一步学习必不可少的基础和工具",这就使得数学教学的目标过于狭窄,内容过于单一,方式过于陈旧,导致数学教学的目的也是强调在理解掌握基础知识和基本技能的同时,培养学生的能力,且仅局限于逻辑思维能力或思维能力。《标准》将数学的能力价值重新确定为"数学在提高人的推理能力、抽象能力、想像力和创造力等方面有着独特的作用"。由"逻辑思维能力"拓展为"推理能力、抽象能力、想像力和创造力",说明数学的能力价值有了新的内涵与外延,这也为数学教育要全面培养学生的数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识和推理能力提供了一个教学依据。

第四,文化价值。数学是人类实践活动创造的产物,社会与文化不仅推动着数学的发展,同时数学也是推动社会与文化发展的关键性因素。《标准》赋予数学以文化的价值,这是历次大纲所没有提到的。数学的文化价值主要体现在:要用数学的悠久历史来展现数学文化的丰厚背景,用数学的广泛应用来感受数学文化的博大精深,用现代的文明成果来展现数学文化的功能价值,用数学的美学价值展现数学文化的无穷魅力。让学生在演绎数学历史的过程中激发民族自豪感,在与数学家的对话中感悟探索的精神,在了解数学的现代文明成果中激起为

社会服务的使命感，在挖掘数学美育功能的过程中领略数学的奥秘，在应用数学解决实际问题的过程中培养发现意识与实践能力，在探索数学思想方法的过程中形成实事求是的态度和科学求真的精神。

例如，《标准》第一学段的"统计"教学，国标实验教材人教版、苏教版、北师大版都强调设计这样一些活动：(1)走进生活——调查你们小组同学最喜欢看的电视节目；调查你们班同学最喜欢吃的蔬菜情况；(2)情境激趣——要举行元旦联欢会，哪种颜色的气球可以多买一些？(3)经历过程——要调查你们班同学的生日在什么季节，你想怎样调查？(4)分析交流——根据同学们喜欢吃的蔬菜统计图表，你能提出哪些问题？从统计图上你了解到哪些信息？(5)预测判断——根据本班同学的生日统计表，如果今天有一位同学没来，你猜他最有可能是在哪个季节出生的？(6)应用升华——统计你家一个星期扔了多少个塑料袋，想一想：为了保护环境，怎么解决这个问题？这样编排的意图在于联系学生熟悉的生活实际，创设现实性的学习背景，激发起儿童的学习热情和探究的欲望，强调在亲自经历统计的过程中掌握统计的方法，初步从统计的角度分析、思考，解决现实中的一些问题，增强学生的社会责任感，注重人文的关怀，培养学生的应用意识，数学的文化价值得到较为完美的体现。

三、把握数学学习的内容与教学活动规律，是达到数学教学目的的关键

《标准》指出，"数学教学是数学活动的教学"，"它不仅要考虑数学自身的特点，应遵循学生学习数学的心理规律，强调从学生的已有生活经验出发，让学生亲自经历将实际问题抽象成数学模型并进行解释与应用的过程"；强调数学教学的活动性本质，让学生经历"数学化"的"再创造"过程，构建充满生命活力的课堂教学活动，是达成数学教学目的的关键。我们在把握数学学习内容与教学活动规律时应注意以下两个关键内容：

关键之一——数学学习内容的选择与呈现方式要满足多样化的学习需求。

儿童有一种与生俱来的以自我为中心的探索欲和好奇心，总爱把自己当作研究者、发现者和探索者。《标准》为此强调，"数学教学活动

必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上”,“学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战性的,这些内容要有利于学生主动地进行实验、猜测、验证、推理与交流等数学活动”。使学生在探索数学的过程中,感受数学发现的乐趣,增强学好数学的信心,形成应用意识和创新意识,使人的理智和情感世界获得实质性的发展和提升。数学内容的选择与呈现应体现以下特点:

第一,联系生活实际,提供现实的学习背景。数学教学活动要以学生的发展为本,要把学生的个人知识、直接经验和现实世界作为数学教学的重要资源。为此,我们的数学教学以生活实践为依托,提供现实的数学教学内容,而这种富有生活气息的数学内容是学生数学思维的源泉,它能有效地引导学生经历“数学化”的过程。为此,在学段目标部分,《标准》经常用“结合具体情境进行估算”,“结合实例,感知平移,旋转、对称现象”等语句来强调生活化的数学。例如,人教版实验教材二年级上册的“生活中的轴对称”的数学,为培养学生初步的空间观念,让学生观察树叶、蝴蝶、剪纸、建筑物、脸谱、国旗、镜子的人像与人、水中的影像等现实生活中大量的实物和存在的现象,使他们体会到生活中的轴对称现象,以激起学生进一步探索特殊图形的轴对称性的欲望。

第二,创设问题情境,激活学生的生活经验。现代建构主义心理学认为:“复杂的学习领域应当针对学习者先前的经验和学习者的兴趣,只有这样,才能激发学习者的学习积极性,学习才可能是主动的。”从儿童的生活经脸出发,激发儿意的学习积极性,让儿童调用、摄取已有的生活原型,激活、提升儿童的生活经验来积极主动地建构对数学的理解,是《标准》倡导的理念。例如,在具体内容部分,“结合自己的生活经验体验时间的长短”,“结合现实素材感受大数的意义”,“在实践活动中体会千米、米、厘米的含义”等目标的设置,就体现了该设计的思想。例如,苏教版实验教材二年级的“认位置”教学,创设了多种多样的活动情境,引发学生发现问题、提出问题,激发矛盾,促使学生积极主动地投人探究活动。如夜晚在星空下找北斗星的情景,朝阳、树的年轮、指南针的知识介绍,站在操场上找东、南、西、北方向的活动,到体育馆找座位的经验,认识公共汽车的线路图,根据动物园的游览示意图去旅游的实

践等，充分让学生在情境中发现问题，在体验中自主探索，在活动中积累，在实践中应用升华。

第三，呈现方式多样，激发学生的学习动机。为充分调动学生学习的主动性和积极性，《标准》要求数学课程从学生的生活经验和知识经验出发，根据学生的年龄特点和心理发展规律选材。题材要广泛，呈现的方式要丰富多彩，用情境式、问题化、生活化的方式呈现学生乐于接受的、有价值的数学题材，这种贴近孩子生活的、具有亲和力的题材和形式，能有效激发儿童的学习动机，激起创造的欲望。在这方面，苏教版、人教版和北师大版的实验教材都非常重视用儿童熟悉的生活现实和儿童喜欢的童话世界以呈现数学问题，构建数学活动。主要体现在：①亲切的卡通形象，如聪聪和明明、萝卜和白菜、淘气和笑笑、智慧老人和机灵狗，这些形象在孩子眼里都是极具亲和力的“小天使”和“好伙伴”；②熟悉的生活世界，如“节日广场”、“买文具”、“我又长高了”、“看望老人”、“儿童乐园”、“我们来当家”、“奥运五环旗”、“乘车”、“做家务”等，把数学知识寓于儿童丰富的且是“自我”的现实生活中，加强数学与学生“自我”生活的密切联系，让学生通过数学感受生活的丰富多彩，感受数学学习的内在魅力；③有趣的童话世界，如“动物餐厅”、“大象过生日”、“小熊购物”、“小兔请客”、“小猫吃鱼”等，为数学学习增加了几分乐趣，同时也给数学蒙上了浓浓的童话色彩，使得数学不再生硬、不再严肃；④新颖的栏目设计，如“我的成长足迹”、“数学游戏”、“数学万花筒”、“你知道吗”、“实践活动”、“数学故事”、“问题银行”等，这种充满人文关怀的数学课程，既开拓了学生的知识视野，又丰富了学生的数学活动形式，使其学习的过程就是一次又一次的愉快的、充满挑战性的“旅行”，学生在这个旅途中领悟数学王国是一个个神奇迷人的“风景点”，这样的旅行是学生终生都难以忘怀的。

关键之二——把握数学教学活动的规律，凸显师生的主体地位。

教学是教与学的双边活动过程，是教与学的相互协调、统一发展的过程。因此，我们在把握数学教学活动规律的时候，必须从学生的学与教师的教两个角度去思考。

1．转变学生数学学习的方式，凸显“学生是学习主体”

适应时代发展的数学课程要以学生的发展为本，所以就应该充分关注学生的学习，应该把改变学生的学习方式放在数学课程改革极其重要的地位，这是使学生的数学学习产生实质性变化的关键所在。改变学习方式要求教师"应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会"，要致力于把数学学习过程之中的观察、实验、发现、探究、猜想、验证、推理、质疑等过程性活动凸显出来，改变单纯地依赖模仿与记忆的学习方式，以"动手实践、自主探索、合作交流"作为学生学习数学的重要方式，使学生的数学学习不再单一、枯燥和沉闷、机械。学生的数学学习活动是一个生动活泼的、主动的和富有个性的充满生命力的过程。为此，我们要在数学教学中凸显以下五个特征：

第一，凸显自主性。我们知道，学生的数学学习过程是建立在经验基础上的一个主动建构的过程，所有的数学知识只有通过学生自身的"再创造"活动，才能纳入其认知结构中。这种数学学习过程是一个自主建构自己对数学知识的理解过程，他们带着自己原有的知识背景、活动经验和理解走进学习活动，并通过自己的主动活动，包括独立思考、与他人合作交流和反思等，去建构对数学的理解。这种数学学习过程也是富有个性的、多样化的，是"复制"——"拷贝"式的传统教学所不能体现的。为此，实验教材经常以"你想怎样计算"，"用你喜欢的方法计算"，"你能提出哪些问题"，"你想怎样游览"等充分体现学习者个体内化建构的语言来启示学生思维，鼓励与提倡解决问题策略的多样化，有利于学生进行自主学习。例如，北师大版实验教材七年级上册的"做一个棱柱模型，你做出的模型有几个面、几条棱、几个顶点？与其他同学的比较一下"；"举出一种几何体，使它的主视图、左视图和俯视图都一样，你能举出几种？与同伴进行交流"。

第二，凸显体验性。《标准》特别重视学习的过程性目标，用"经历了什么，体会了什么，感受了什么"等条目来阐释体验性的学习目标，如"结合具体情境，体会四则运算的意义"，"结合生活实践，经历用不同方式测量物体长度的过程，在测量活动中，体会建立统一单位的重要性"，"通过实例了解平均数的意义"，"感觉数学在日常生活中的作用"。例如，苏教版实验教材一年级上册的"认物体"的教学，就安排了"滚一

滚”、“堆一堆”、“摸一摸”、“搭一搭”的体验性，让学生在活动中丰富体验，在体验中自主建构。

第三，凸显合作性。合作精神和合作能力是21世纪人才必须具备的基本素养，作为奠基作用的义务教育阶段的数学课程，在培养学生的合作精神和合作能力方面有着独特的优势。《标准》将数学教学的本质定位于“是数学活动的教学，是师生之间、生生之间交往互动与共同发展的过程”。因此，课堂教学更加关注师生、生生之间的互动和交往。其中，交往意味着平等和主动地参与，互动意味着民主的对话与合作的建构，共享意味着情感的沟通和精神的交流，课堂因素才更加富有生机和活力。教师与学生的交往、互动可以使师生双方相互交流，相互沟通，相互启发，相互补充，在这个过程中教师与学生分享彼此的思考、经验和知识，交流彼此的情感、体验与观念，从面达到共识、共享、共进，实现教学相长和共同发展。

第四，凸显活动性。“活动是数学教学的生命线”。《标准》指出，“动手实践”是学生数学学习的一种重要方式。这是因为学生通过亲自动手与实践、实验与操作，能获得丰富的数学活动经验，而这种经验恰恰是启发学生思维的原动力。为此，我们在数学教学中让学生通过动手操作、实验观察、思考交流等活动，来揭示数学的奥秘。例如，人教版实验教材二年级中的“长度单位米和厘米”的教学，通过“认一认”、“说一说”、“找一找”、“估一估”、“量一量”、“搭一搭”、“走一走”等活动帮助学生建立“米”和“厘米”的表象，发展初步的空间概念。

第五，凸显探究性。自主的、活动的数学学习过程，本身就是充满探究性的过程。数学教学在为学生提供自主探究的时间和空间的同时，还必须创设挑战性的问题情境，为学生提供探究性的活动材料，让学生自主发现问题，解决问题，培养学生独立思考的能力，增强学生对数学学习成功的体验。例如，北师大版七年级教材中，对学生提出了一个极具挑战性的问题：“100万究竟有多大?”然后设计两个活动。“活动一”是“估计100万粒大米的质量”，“活动二”是“估测1万步有多长，100万步有多长”，在此基础上让学生估计：①100万字的书大约有多厚？②100万人站在一起，大约占多少间教室？③100万册的数学课本

摞在一起能有多高？④装100万元的人民币，需要多大的皮箱？⑤不间断地从1数到100万，估计大约需要多少时间？⑥请你用熟悉的事例来描述100万有多大。这样的教材编排把三维目标整体融合，展现在学生眼前的是丰富的数学，学生学习的是“看得见”的数学。这样的数学学习活动，使得知识负载着智慧和情感，充满着挑战和创新，学生的探究能力得到有效培养。

2. 重新定位教师在数学教学活动中的角色，突出教师工作的创造性

教学活动是教与学的辩证统一过程，新课程在赋予学生以最多的思考、实践和交流的机会的同时，对教师的角色也提出新的要求。在新课程中，教师将由传统教学中的主角转向“平等中的首席”，从传统知识传授者转向学生学习活动的组织者、学习过程的引导者和建构知识的合作者。新的课程呼唤创造型的教师，数学教师的创造性要求教师在教学工作中随时进行反思和研究，在实践中不断学习和创造。教师不再把教材作为“圣经”而照本宣科，师生将从实际出发，利用更广泛的课程资源，共同开发课程。教学因此而成为师生富有个性化的创造过程，这种创造的过程，也是促进教师专业化发展的过程。

新课程赋予教师创造性的角色，主要体现以下几个方面：

第一，营造良好的学习环境。教师应为学生提供良好的物质环境和心理环境，营造一种民主、平等、和谐的学习环境，使学生拥有自由思考的空间，能够自主实践探究，让学生在平等、尊重、信任、理解和宽容的氛围中自由地表达，展现自己的思维过程，与同伴一起分享学习的成功。

第二，促进学生的自主建构。学生在自主探究学习后更需要教师的有效指导和促进。这种促进在于为学生创设问题情境，组织学生发现、寻找、搜集和利用学习资源，提供探究的材料和方向，引导学生设计恰当的学习活动，为学生的发展做好准备。教师要清楚地知道学生什么时候会成功，什么时候有困难，什么时候有争论，并在学生退缩时给予激励，在学生困惑时给予指导，在学生有分歧时引发碰撞，真正意义上促进学生的数学建构。

第三，促进教学的动态性和生成性。合作者、组织者和引导者的角

色转变的重心在于使传统意义上的教师教和学生学，将不断让位于师生互教互学，彼此将形成一个真正的“学习共同体”。这样，课堂教学将不再是机械的、程式化的、教师垄断控制的，而更多地体现动态性、生成性，师生共同来构建。这就需要教师要深入了解学生的现实状态和思维水平，确定教学的起点，展开互动对话交流的过程，善于倾听、捕捉、获取学生的课堂学习信息，有效调控教学，促进课堂的动态生成。

第四，积极开发数学课程资源。教师的创造性角色还表现在对数学课程资源的开发与利用上。传统的教学，教师只是课程的执行者，是教教材，而新课程赋予教师以课程资源的开发者的权利，教师将更多的“用教材教”。这就意味着教师要善于开发有利于教学的各种资源，以拓宽学习的内容，丰富学生的视野，增强学习的兴趣，提高教学的效率。

需要说明的是，数学教学活动是教与学的双边活动过程，在这个辩证统一的活动过程中，我们必须认识到学生学习主体性的转变必引起教师角色的转变，而教师角色的重新定位是为了更好地体现学生学习方式的转变。同时我们也要认识到，教学既要促进学生的学习与发展，也要关注教师在创造性教学实践中的专业发展，以体现师生共同发展的新理念。

四、将数学课程与现代信息技术融合，为教学目的的达成提供了新的平台

计算机和计算器的普及和推广，对数学的发展产生了巨大的影响。充分认识计算机和计算器在中小学数学教育中的作用，是当前教育改革不可回避的问题。《标准》明确指出：“现代信息技术的发展对数学教育的价值、目标、内容以及学与教的方式产生了重大的影响。数学课程的设计与实施应重视运用现代信息技术，特别要认识计算器、计算机对数学学习内容和方式的影响。”树立数学课程与现代信息技术融合的观念，把现代信息技术作为学生学习的一个有力的工具，将有助于学生巩固概念和技能，使学生进行有意义的学习；丰富教学的手段；有利于学生进行合作学习，拓宽学生学习的方式；有利于在抽象概念和具体经验之间构建一座桥梁；有助于学生探索解决问题的不同方法，挖掘学生解决问题的潜能。

现代信息技术在数学课程中的有效使用，它的作用将体现在以下三个方面：第一，整合学习资源，提供学习环境，即为学习提供更为广阔和丰富的学习资源，开拓学生学习的视野；第二，提供学习工具，转变学习方式，即“现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具，要致力于改变学生的学习方式，使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去”；第三，注重问题解决，激发创造潜能。把现代信息技术作为学生解决问题的工具，将有助于学生从一些烦琐的、枯燥和重复性的工作中解脱出来，使他们有更多的时间和机会动手、思考和探索，充分挖掘学生的学习潜能，在真正意义上起到了尊重学生的创造性。

需要注意的是，信息技术不应该作为学生数学理解和直觉思维的替代物，即不应该用计算机上的模拟实验来替代学生能够从事的实践活动，不提倡用计算机演示来代替学生的直观想像，来替代学生对数学规律的探索。

总之，富有现实性的、有意义的和挑战性的数学充满探索与创造的数学活动过程，以及在现代信息技术支撑下的学习方式的转变将促使我们从整体上构建充满生命力的课堂教学运行体系。

五、实施科学评价，构建发展性评价体系是达到教学目的的可靠保证

评价作为整个教学过程的有机组成部分，对教学过程有着重要的影响。伴随着数学课程和教学的改革，必然要进行评价的改革。传统的教学评价是静态的、功利性的，把学生的全面发展局限于知识与技能的掌握，把完整的教育评价体系简化为单一的“终结性”，把丰富的评价方法简化为单一的纸笔测验。这种评价注重的是学生的“昨天”，只是从学生已经掌握的知识和技能的多少方面去寻找差异、分等排序，呈现给学生的是一张严肃的“冷面孔”，强调的是评价的鉴定、选拔、甄别的功能。这种目的片面、范围狭窄、方式单一、主体缺失的评价体系，严重影响了学生的发展与教师的教学。

《标准》在“基本理念”部分指出：“评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程，激励学生学习和改进教师的教学。”这种“发展性

的评价观"主要体现在以下五个方面:

第一,评价目的的激励性。评价目的的激励性是指"评价的目的是为了全面了解学生的学习状况,激励学生的学习热情,促进学生的全面发展"。因此,对评价结果的描述,应以定性为主,采用鼓励性语言,保护学生的自尊心和自信心,以真正发挥评价的激励作用。

第二,评价主体的多元性。评价将由"自我评价、同学评价、教师评价、家长评价和社会有关人员评价"共同组成,评价不只由教师和学校评价,而且也可以由学生进行自我批评和互相评价,家长和社区也可以参与评价,这就打破了原来"教师一人说了算"的局面。

第三,评价内容的多元性。重视对数学学习过程的评价,既要关注学生知识与技能的理解和掌握,更要关注他们情感与态度的形成和发展;既要关注学生学习数学的结果,更要关注他们在数学学习过程中的变化和发展。多元性的评价包括参与数学活动的程度、自信心、合作交流的意识、独立思考的习惯、数学思考发展水平等。如是否积极主动地参与学习活动,是否有学好数学的自信心,是否乐于与他人合作,是否愿意与同伴交流各自的想法,是否能够通过独立思考获得解决问题的思路,是否能找到有效解决问题的方法,是否能够使用数学语言有条理地表达自己的思考过程,是否有反思自己、思考过程的意识等。

第四,评价方式的多样化。多样化的评价方式主要有"书面考试、口试、作业分析等方式,也可采用课堂观察、课后访谈、大型作业、实践、操作活动、建立成长记录袋、分析小论文、活动报告"等。其中成长记录式评价是本次新课程所倡导的一种有效方法,它包括最满意的作业、印象最深的数学学习活动和体验、最喜欢的小制作、收集的有关资料、日常生活中发现的数学问题、自己独特的解题方法、探究性活动的记录和报告、单元知识总结、提出的挑战性的问题、解决问题的反思小结、最喜欢的一本书、自我评价与他人评价。例如,北师大版的实验教材在每一册教材体系的学期中间都安排了两次成长记录式评价,取名为"我的成长足迹",分别设有以下评价内容:"我最满意的一次数学作业,我最喜欢的一次数学活动,我最满意的一件作品,我解决了生活中的一个问题,我自己发现了生活中的一个问题,最有趣的数学问题是……,我印

象最深一堂数学课是……，我学会了……”；在学期结束的时候以“本学期我学到了什么……”让学生在反思中学会自我评价。另外，还设有："问题银行——你在生活中发现了哪些数学问题？把它们写下来，你能解决吗？”

第五，评价过程的动态性。激励性、发展性的评价机制强调学段目标是本学段结束时应达到的基本要求，因此如果学生自己对某次考试的结果不满意，学校应创造条件允许学生有再次考试的机会。倡导为学生发展的评价观，非常重视评价过程的动态性与开放性，教学中应多采取延迟评价和差异评价，以促使每个学生产生新的学习动力，看到自己的成长，看到自己存在的价值，看到独立个体的生命。这也体现了评价的人文关怀，做到把个体精神和生命发展的主动权交给学生，为学生营造完全自由的思维空间，唤起学生的学习内驱力。

第三节　数学课程的设计思路

数学课程标准的“设计思路”部分介绍了义务教育阶段数学课程的学段划分、学习目标的解释、学习内容的领域和实施建议的说明。其中对学习内容的四个领域中的数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识和推理能力还作了明确、具体的阐释，列出了主要表现的内容。研究本次数学课程的设计思路，我们不难发现，它主要体现了以下四个方面的有机结合。

一、数学课程的整体性与统一性相结合

1．学校安排的整体与统一

学段安排主要表现为九年一贯制的设计。为了体现义务教育阶段数学课程的整体性，《标准》通盘考虑了九年一贯制的课程内容。从课程标准中，我们看到了一个完整的九年义务数学教育。课程标准按九年一贯制进行整体设计，用总体目标贯穿九年，整合九年、有效地消除了原来的小学与初中的分段所造成的重复、缺漏与脱节的现象，使九年义务教育阶段的数学教育统一为一个整体，呈现的是一种承继与渗透

深化的关系。数学教育的各个方面、各项工作，都以"一个中心——促进学生全面、持续、和谐地发展"为出发点来展开，向总目标靠拢，紧紧围绕总目标展开各阶段的教学，使得各个阶段的数学教学既各有侧重点，又相互照应、衔接渗透，有效地避免了原来小学与初中各自为"纲"、不相往来的局面。

2．目标设置的整体与统一

以往的数学教学大纲在教学目的上的设计是平面的、单一的、狭窄的，过于注重数学的"双基"教学。至于能力与情感态度目标，教师在教学中难于把握，更觉得无法实施，于是将情感与态度方面的发展作为"附加"的任务，只是在知识的学习过程中"顺带"着进行培养的。一旦"知识学习"与"情感态度的发展"之间产生冲突，后者便自动让位，以服从于前者。事实上，很多的时候后者已是一个"软目标"，因此，在平常的教学中便将它们束之高阁，只是在公开课时"亮相"。本次数学课程改革按发展性领域和基础性领域来整体构建数学课程体系，目标设计的整体性与统一性具体表现为每个学段不仅强调知识与技能，更强调学习的方法与过程、情感与态度，帮助学生得到充分的发展。目标设置的整体性表现在教学中就是要求将"知识与技能"、"数学思考"、"解决问题"和"情感与态度"这四个方面同时作为课程的"教学目标"，而不能仅仅关注其中的一个或几个方面，或是将其中的某一个目标（特别是情感与态度）作为实现其余目标过程的一个"附属产品"。《标准》还指出，"以上四个方面的目标是一个密切联系的有机整体"。这种整体性就要求"数学思考、解决问题、情感与态度"目标的实施要通过数学知识与技能来实现，为此我们在教学时，不需要也不可能单独设置课程。同时，目标的整体性设计还明确要求，每一个学段的每一个内容领域都统一强调用"经历……过程，掌握……知识（双基），解决……问题，建立……观念，发展……能力，体验……思想（活动），获得……经验"等行为动词来具体阐述学习目标与学习行为。这些过程性目标较好地体现了对学生在知识与技能、数学思考、解决问题以及情感与态度方面的要求。这样，"以传授系统的数学知识"为基本目标的"学科体系为本"的数学课程结构，将让位于"以促进学生发展"为基本目标的"学生发展为本"的

数学课程结构。

3. 内容领域的整体与统一

每个学段都把“数学思想方法”作为数学课程体系的一条主线来设计内容，从“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”、“实践与综合应用”四个领域来构建学段的教学目标与内容，提出要通过数学学习活动，发展学生的数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识及推理能力。内容设计强调两个特点：一是纵向有序，即注意在每个学段的同一个内容领域之间的设计做到逐级递进、螺旋上升。例如，数学课程就“实践与综合应用”内容领域，分三个学段分别设计为“实践活动”、“综合应用”、“课题学习”，整体规划，分阶段实施，发展学生应用数学知识解决问题的意识和能力。二是横向贯通，即将四个内容领域作为一个整体来通盘考虑与设计，将四个领域的内容相互渗透，有机结合。因为学生的发展是一个综合性的问题，它并不是单靠哪部分知识就能完成的，因此，数学教学的内容应体现综合的思想，这也是数学的发展趋势所决定的。最明显的表现为，将“实践与综合运用”内容领域与“数与代数”、“空间与图形”和“统计与概率”三个内容领域结合，采取混合编排的方式，综合渗透，整体衔接，以培养学生的实践能力和创新精神为核心，都强调通过“小调查”、“实践活动”等形式帮助学生综合运用已有的知识和经验来发展解决问题的能力，进一步体会各部分内容之间的联系。如北师大版实验教材数学七年级下册设计了“人口统计图”，主要是将统计与现实生活联系起来，同时让学生加深对数据、测量、比例等的认识，体会数学与现实生活的紧密联系；而“拼图与勾股定理”的课题学习涉及勾股定理、整式运算、面积等方面的内容，还涉及解决问题策略的多样化，使学生不仅能体会到数学知识的内在联系，还能体会到数学方法之间的联系，进而从总体上感受数形结合的思想和勾股定理的文化价值。

4. 教学与评价的整体统一

可以说，教学与评价的统一构成了本次数学课程标准的又一个重要特色。在以往的课程实施中，教学与评价相脱离的现象比较严重，评价目标狭窄，评价方式单一，评价标准惟一，在以量化的分数为评价指

挥棒下使得教学过多地关注结果、忽视过程，关注知识、忽视方法，关注统一、忽视差异，导致学生在统一、同一的评价尺度下丧失自信，缺乏个性，疏于创新。本次数学课程在评价建议中，不仅深刻阐述了评价的意义、重点，而且从“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”等方面与教学相对应的具体的评价建议。例如，结合“数与代数”教学，评价时应“结合具体情境，考查儿童对数的意义的理解”，“考查学生对数与运算意义的理解和应用”，“主要考查学生概念、法则及运算的理解和运用水平”，指出“不应单纯地考查知识的记忆，对于过程的评价不能过分要求技巧”，从而在教学与评价之间，架起了一座双向直通桥梁。

二、数学课程的阶段性与发展相结合

数学课程目标与内容的阶段性与发展性设计是对本次数学课程标准倡导的“不同的人在数学上得到不同的发展”的理念的注解。所谓阶段性，是指标准的实施应考虑数学自身的特点和遵循学生学习数学的心理规律，应根据学生的认知与数学发展的特点来进行教学。所谓发展技能，是指基础的知识与技能、学生的学习方法与过程、情感态度与价值观的培养应结合学生认知的发展规律分学段、有层次地循序渐进、螺旋上升。随着学段的上升不断提高学生的数学素养，帮助学生逐步积累数学的知识与技能，掌握数学的方法和思想，形成数学观念，发展学生的情感态度与价值观，为学生的终身学习注人不竭的活力。

本次数学课程标准在按“阶段性与发展性相结合”的特点来设计时，主要考虑了以下两个方面：

1. 明确阶段特点，分解落实

我们在课程设计与教学实施的过程中，应明确各个阶段的教学目标，落实每个阶段的教学任务，不超越课标要求。例如，在“统计与概率”内容领域，为帮助学生理解概率的意义，课程安排突出阶段性特点。第一学段主要是使学生“初步感受事件发生的不确定性和可能性，应注重对不确定性和可能性的直观感受”。第二学段“应注重在具体情境中对可能性的体验，学生将进一步体会事件发生可能性的大小，并能计算一些简单事件发生的可能性”。第三学段“应注重使学生在具体情境中进一步体会概率的意义，能计算简单事件发生的概率”。其中“初步、直

观感受——体验含义、计算——体会意义、计算”的三个学习目标的制定，使得各个阶段的教学侧重点明确具体、目标层次清晰。

2. 把握发展特点，循序渐进

我们应着眼于促进学生可持续发展的角度来设计与实施，在把握阶段性特点的同时，从发展学生进一步学习所必需的数学素养与数学观念及情感态度考虑，选择有利于学生发展的有价值的数学内容，来确定教学的出发点和归宿。例如，“空间与图形”内容领域主要是帮助学生建立、发展空间观念，为此第一学段要求学生“通过直观经验，感受几何现象”，第二学段要求“了解基本特征，学习一些方法”，第三学段要求学生“理解几何事实，探索性质关系”。与此同时，教师应通过“空间与图形”领域的教学，帮助学生获得解决问题的有效方法，感受数学思考的合理性，逐步体会到与他人合作交流的重要性，体验数学与生活的密切联系，获得数学学习活动的成功体验，增进学好数学的自信心。

三、数学课程的多维性与交融性相结合

根据《基础教育课程改革纲要(试行)》，结合数学教育的特点，《标准》明确了义务教育阶段数学课程的总目标。跟以往教学大纲不同的是，本次数学课程目标的设定明显地表现出多元性与交融性相结合的特点。所谓多维性，是指课程标准从知识与技能、过程与方法(数学思考与解决问题)、情感与态度等三个维度对目标做出了具体的阐述，同时强调了数学课程对人的全面发展的促进作用以及对社会进步、科技发展的促进作用。所谓交融性，就是指三个维度的不仅应该是以并列结构呈现，更应相互融合与渗透。对此，《标准》强调，“以上三个方面的目标是一个密切联系的有机整体，对人的发展具有十分重要的作用。其中，数学思考、解决问题、情感与态度的发展离不开知识与技能的学习，同时，知识与技能的学习必须以能利于其他目标得到实现为前提”。

我们在明确了数学课程设计的多维性与交融相结合的特点后，在数学课程的实施中应真正突出以知识与技能的掌握为基准，以发展学生的数学思考和解决问题能力为核心，以形成积极的情感、态度与价值观为持续发展的原动力，促使学生的知识与技能、数学思考、问题解决、情感与态度等四个方面有机结合，协调共进，融合渗透，“合四为一”，

"四管齐下",使学生得到充分的发展。例如,"数学实践与综合应用"内容领域:第一学段的目标设定为"①经历观察、操作、实验、调查、推理等实践活动,在合作与交流的过程中,获得良好的情感体验;②获得一些初步的数学实践活动经验,能够运用所学的知识和方法解决简单的问题;③感受数学在日常生活中的作用"。第二学段的目标设定为"①有综合运用数与运算、空间与图形、统计与概率等相关的知识解决简单实际问题的成功体验,初步树立运用数学解决问题的自信心;②获得综合运用所学知识解决简单实际问题的活动经验和方法;③初步感受数学知识间的相互联系,体会数学的作用"。第三学段目标设定为"①经历'问题情境——建立模型——求解——解释与应用'的基本过程;②体验数学知识之间的内在联系,初步形成对数学整体性的认识;③获得一些研究问题的方法和经验,发展思维能力,加深理解相关的数学知识;④通过获得成功的体验和克服困难的经历,增进应用数学的自信心"。这种从知识与技能、数学思考的方法与数学思想、数学学习的成功体验等三个维度来实现目标的有机融合、立体交叉还具体体现在其他三个内容领域之中。

总之,四个相互交织的内容领域和立体交融的三个目标维度,有机地构成了一个密切联系的整体,共同奠定了每一个学生终身发展的基础。

四、数学课程的开放性与创造性相维合

综观以往颁布的中小学数学教学大纲,其中最突出的一个问题就是指令性过强、硬性规定太多,统一的大纲、统一的教材、统一的教学计划、统一的教学进度,甚至连每个年级、每个学期,甚至每一天的教学都有限制。统得太死,导致教师的教学工作缺乏创造性,学生可持续发展的空间不大,创新精神和实践能力过弱。本次颁布的数学课程标准给教师和学生留下了较大的空间,它有利于教师和学生充分发挥创造才能,这为确保高质量地完成九年义务教育阶段的数学教育任务奠定了坚实的基础。

数学课程开放性与创造性的设计特点主要体现在课程标准的"课程目标"、"实施建议"两大部分。下面分别从这两个方面来谈谈数学课

程标准是如何体现开放性和创造性的设计特点的。

1. 给目标以"弹性",凸显"以学生发展为本"

"给目标以弹性,构建个性化的天地"可以说是本次数学课程改革的一个亮点。目标的弹性设计就是体现"以发展为本",还给学生自主权,还给他们自由发展的空间。课程标准只列出全体学生经过相应学段的学习能达到的基本要求,赋予学生"人人都能获得必需的数学"的学习权利,为数学教育要面向全体学生落实因材施教提供了理论前提,赋予学生"不同的人在数学上获得不同的发展"的权利,尊重学生的差异,承认学生的差异,并把学生的差异当做一个宝贵的教学资源。学校目标只是"本学段结束时学生应达到的目标",并"允许一部分学生经过一段时间的努力,随着知识与技能的积累而逐步达到"。这不仅体现了对学生差异性的尊重,更体现了对学生自身的尊重。学生因此也就获得了个性发展的空间。例如,翻开义务教育实验教材,我们可以经常看到"你有什么发现","你还能提出什么问题","你最喜欢哪种方法?请与同伴交流"等体现学生个性的提示语。可以说,这种"上不封顶,下要保底"的数学课程目标的弹性设计,使不同的学生可以从具有开放性的数学活动中获得不同程度的发展,每个学生的个性和特长将获得充分发展的机会。更重要的是,学生的个性受到尊重,他们将在"心理安全"的前提下,极大地激发创新的欲望,并使他们的创造才能得到淋漓尽致的发挥。

2. 给实施以"空间",凸显"以教师创造为前提"

数学课程的"实施建议"部分,从数学教学、教学评价、教材的编写、课程资源的开发与利用等方面提出的实施原则、方法、途径和策略,为教师具体实施创造了较大的开放空间。

(1)从"教材编写"的角度来看,"为了体现数学课程的灵活性和选择性,《标准》在内容标准中仅规定了学生在相应学段应达到的基本水平,教材编者及各地区、学校,特别是教师应根据学生的学习愿望及其发展的可能性,实施因材施教","教材的编写还要有利于调动教师的主动性和积极性"。这样教师就有了自主选择教材与利用教材的权利。"同时,课程标准并不规定内容的呈现顺序的形式,教材可以有多种编

排方式”。课程标准虽然整体设计了义务教育阶段的数学课程,明确了每个学段的目标,但是课程标准没有对每个学年、每个学期的数学课程目标做出规定性的描述,至于每个年级、每个学期要学什么、学多少、怎么学等没有具体的规定,这就为不同地区根据自己的地域和学生的实际来编写多样化的教材和教师的教学留下了较大的空间。例如,北师大版的数学实验教材安排的“乘法的认识”在二年级的上册,而苏教版的实验教材将“乘法的认识”安排在一年级的下册,这两套教材在内容、结构、呈现方式等方面均有各自的特色。

(2)从“数学教学”的角度来看,《标准》要求“教师要根据学生的具体情况,对教材进行再加工,创造性地使用教材,创造性地设计教学过程”,由“教教材”到“用教材教”。《标准》赋予教师以创造权,使得每个教师拥有了表现自我的舞台。这就意味着教师所做的工作不再是一件机械重复的事,而是时时都拥有创造智慧的工作。教学也因教师的创造而使课堂呈现动态性、生动性和丰富性,使师生焕发生命的活力。

(3)从“评价建议”来看,《标准》强调了“为学生发展而评价”的理念。要达到这一评价的目的,目前有许多工作需要广大教师去实践、探索和解决。例如,如何变消极评价为积极评价,如何整合三个维度来实施评价,如何使形成性评价与终结性评价、定性评价与定量评价相结合,如何突出评价主体的多元化和评价方式的多样化,如何实施差异评价等,这些问题为教师进行创造性工作提供了广阔的空间。教师探索、实践的过程也是创造性智慧展现的过程。

(4)从“课程资源的利用与开发”来看,《标准》强调“教材编写者、学校管理者、教师和有关人员要因地制宜,有意识、有目的地开发、利用各种资源”。新课程赋予教师是“课程的最终决策者”,是数学课程的设计者、开发者和生成者的角色。这意味着数学教师的角色将由过去的“忠实执行者”转变为课程的开发者和实施者。这是一种从课程层面给师生带来的“解放”,而这种“解放”将使教学过程真正成为师生富有个性化的创造过程。事实上,教师开发利用数学课程资源的过程也就是教师进行创造性工作的过程,这就为教师的专业发展提供了良好的平台。

思考与练习

1. 你从数学教学大纲到课程标准的演变过程中，看到小学数学改革有哪些新的发展？

2. 动手实践、自主探索、合作交流作为数学学习的主要方式，对促进学生的全面发展和终身发展起什么作用？

3. 结合新课程标准的评价理念谈谈你对数学的实践与思考。

4. 数学课程标准的设计思路有哪些特点？这些特点对指导当今的数学教学改革有什么意义？

5. 在新课题的实施中，要求教师与新课程一起成长，你认为数学课程标准为数学教师的专业成长提供了哪些空间？

6. 在数学新课程的实施中，你认为最突出的问题有哪些？解决这些问题的策略有哪些？

第二章　数学课程目标及分析

数学课程目标是课程标准的核心内容，它反映了课程标准对学生在数学相关领域的基本素养的要求。

第一节　课程目标的构成与特点

《标准》根据《基础教育课程改革纲要(试行)》，结合数学教育的特点，规定了义务教育数学的“课程目标”。《标准》将“课程目标”以“总体目标”和“学段目标”两个层次给出，并从“知识与技能”、“数学思考”、“解决问题”、“情感与态度”4 个方面详加论述。由于《标准》适用于义务教育阶段全程，因此将课程总目标细化为第一学段(1～3 年级)、第二学段(4～6 年级)和第三学段(7～9 年级)3 个学段目标，有利于教师在实施《标准》时比较准确地理解与掌握。其中第一、二学段即是通常意义上的小学阶段。

义务教育数学课程目标结合如图 2－1 所示。

《标准》中课程目标的突出特点是不仅有结果性目标，《标准》称之为知识技能性目标，同时还给出了过程性目标。知识技能性目标，如“了解四则运算的意义，掌握必要的运算技能”等，属于结果性目标。“初步感受不确定现象”，“体会证明的必要性”等，则属于过程性目标。《标准》用“了解(认识)、理解、掌握、灵活运用”等来表述结果性目标；用“经历(感受)、体验(体会)、探索”等来表述过程性目标，并对上述目标动词的含义给以明确的界定。将过程性目标明确提出并列入《标准》，这在数学教育史上是第一次。

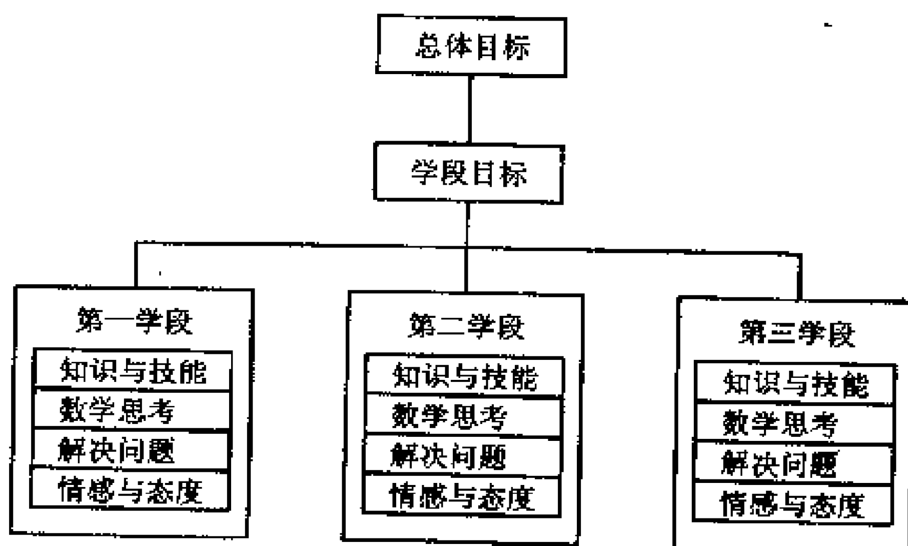


图2－1　义务教育数学课程目标

第二节　课程的总体目标及分析

一、第一个目标

第一个目标是：获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能。

对这个目标的阐述，有两点值得特别注意：一是对数学知识的理解发生了变化——数学知识不仅包括“客观性知识”，即那些不因地域和学习者而改变的数学事实(如乘法运算法则、三角形面积公式、一元二次方程求根公式等)，而且还包括从属于学生自己的“主观性知识”，即带有鲜明个体认知特征的个人知识和数学活动经验。如对“数”的作用的认识、分解图形的基本思路、解决某种数学问题的习惯性方法等，它们仅仅属于特定的学习者自己，反映的是他在某个学习阶段对相应数学对象的认识，是经验性的、不那么严格的，是可错的。

二是强调了应该掌握的基本数学思想和方法。数学思想，如方程思想，函数思想，集合、映射思想，化归思想等，是人们对数学科学的本质及数学规律的深刻认识，它是数学知识的精髓；而方法是指与思想相

关的各种微观的数学方法，如求解方程的换元法、代入法、待定系数法等，在这里的“方法”是实施数学思想的技术手段。

总之，这个目标较多的是从数学知识层面上提出要求的。

二、第二个目标

第二个目标是：初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会，去解决日常生活中和其他学科学习中的问题，增强应用数学的意识。

这个目标的阐述也有两点值得强调：一是初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会，去解决其他学科学习中的问题。显然，课程标准的编者是在着意强调在数学中存在的一种可以迁移到其他领域的东西，这就是数学的思维方式，如合情推理与演绎推理，直觉思维与发散思维等，这些内容就是对学生终身有用的知识，而且这些思维方式及其方法和数学思想方法是有区别的，当前在数学教育界常有人将两者混为一谈。这种混淆不利于数学教学研究的深入。

其次是强调了运用数学的思维方式解决日常生活中的问题，增强应用意识。也就是说，新的数学课程将不再首先强调是否向学生提供了系统的数学知识，它更为关注是否向学生提供了具有现实背景的数学，包括他们生活中的数学。而学生数学学习的重要结果也不再只是会解多少“规范”的数学题，而是能否从现实背景中“看到”数学，能否应用数学去思考和解决日常生活中的问题。

总之，这个目标更多的是从有益于“学生终身的发展”的角度提出的。

三、第三个目标

第三个目标是：体会数学与自然及人类社会的密切联系，了解数学的价值，增进对数学的理解。

这个目标要求我们认识数学的人文价值。数学是人类社会的一种文明，它在人类发展的昨天、今天和明天都起着巨大的作用。作为教育内容的数学不应当被单纯视为抽象的符号运算、图形分解与证明，它反映的是现实情境中所存在的各种关系、形式和规律。例如，函数不应当被看做形式化的符号表达式，对它的学习与研究也不应仅仅讨论抽象

的表达式所具备的特征和性质，诸如定义域、表达形式、值域、单调性、对称性等，它更应当被看做刻画现实情境中变量之间变化关系的数学模型。

数学从现实社会中抽象出来，它又反作用于社会，推动着社会文明的前进。一个伟大的物理学家，通常都是杰出的数学家，比如相对论的发现者爱因斯坦，控制论的奠基人维纳。第二次世界大战中，诺曼底登陆的成功，中途岛海战的胜利，一个很重要的因素是一批优秀的一流的数学家加人了英美的军事情报工作，参与了情报战，成功地破译了德国、日本的军情密码，为盟军的军事决策提供了成功的依据。

四第四个目标

第四个目标是：具有初步的创新精神和实践能力，在情感态度和一般能力方面都能得到充分发展。

这一目标表明，从现实情境出发，通过一个充满探索、思考和合作的过程学习数学，获取知识，学生需要收获的是自信心、责任感、求实态度、科学精神、创新意识、实践能力的增长，这些是远比升学更重要的公民素质。

总而言之，从以上四点我们可以看到相对于以往的数学课程目标而言，课程标准所设置的课程目标具备更为丰富的内涵和更为合理的结构。对每个人的素质的全面发展更加有益，因而对民族的复兴和国家的发展有益。

第三节　课程的学段目标及分析

对总体目标的进一步认识，需要理解各个学段目标的内涵及相互关系。数学课程的学段目标是总目标的具体化。“学段目标”的设计，蕴含着这样一个思想：让学生从经历的生活和知识的学习中发现问题，在思考和解决这些问题中促进学生全面、持续、和谐地发展。它以生活和知识学习中的问题为起点，以思考和解决问题为手段，以促进学生的发展为根本目的。综观数学课程标准的学段目标，在设计上具有以下

特点：

一、纵向有序

学生的身心发展是有规律的，不同发展阶段的学生在认知水平、认知风格和发展的趋势上存在着明显的差异。《标准》将学生数学素养的培养分为三个学段：第一学段（一至三年级）、第二学段（四至六年级）、第三学段（七至九年级）。对于每一学段的学生提出了不同的要求。学段目标不仅充分体现了知识结构的递进关系，更体现了目标培养的连续有序性和层次性。

1. 知识与技能的有序性

"知识与技能"是学生基本素养之一。由于学生的认知水平是随着年龄的不断增长而提高的，所以"知识与技能"目标的设计体现了学段间的逐级递进，以便与学生的身心发展相一致。如总目标"知识与技能"中的"统计与概率"知识的学习与技能的训练在三个学段中实施，每个学段中的要求各不相同，体现了序列性（见表 2－1）。

表 2－1

学段	第一学段	第二学段	第三学段
知识与技能（统计与概率）	对数据的收集、整理、描述和分析过程有所体验，掌握一些简单的数据处理技能；初步感受不确定现象	经历收集、整理、描述和分析数据的过程，掌握一些数据处理技能；体验事件发生的可能性、游戏规则的公平性，能计算一些简单事件发生的可能性	从事收集、描述、分析数据，做出判断并进行交流的活动，感受抽样的必要性，体会用样本估计总体的思想，掌握必要的数据处理技能，进一步丰富对概率的认识，知道频率与概率的关系，会计算一些事件发生的概率。

从上表中，我们可以看出，对于"统计与概率"的知识技能目标，数学课程标准依据学段的不同设立了相应的要求，对于统计活动的过程、处理数据的技能和概率提出了"有所体验、一些简单的、感受不确定→经历、一些、能计算、可能性→从事必要的、会计算、概括"这样三个层

次:第一学段,学生着重于对数据统计过程有所体验,掌握一些简单的收集、整理和描述数据的方法,能根据统计结果回答一些简单的问题,初步感受事件发生的不确定性和可能性;第二学段,要在前一学段的基础上,让学生有意经历统计过程,根据数据做出简单的判断与预测,并进行交流,在具体情境中对可能性进行体验,掌握一些处理技能,并能计算简单事件发生的可能性;第三学段,学生要在前两个学段的基础上从事数据统计的全过程,根据统计结果做出合理的推断,掌握必要的处理数据技能,体会概率的意义,了解统计与概率之间的关系,并能计算事件发生的概率。知识结构的递进关系在这里得到了充分的体现。同样,"数与代数"、"空间与图形"等知识结构也体现了这一特点。

2. 问题的思考与解决,能力培养的层次性

关于"问题的思考与解决,《标准》的内涵是丰富的,要求是多方面的,包括用数学思维思考问题,初步从数学的角度提出问题,理解问题、并能综合运用所学的知识和技能解决问题等,在学段目标中也体现出了明显的层次性。现以"形成解决问题的一些基本策略,体验解决问题策略的多样性,发展实践能力与创新精神"为例加以说明(见表 2－2)。

表 2－2

学段	第一学段	第二学段	第三学段
解决问题	了解同一问题可以有不同的解决办法	能探索出解决问题的有效方法,并试图寻找其他方法	尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题,尝试评价不同方法之间的差异

从表 2－2 不难看出,学生对解决问题的策略掌握,将经历"了解、办法→探索、有效方法、其他方法→尝试、评价、方法之间的差异"这样三个层次。即第一学段侧重于通过介绍同一问题的不同解决办法,让学生感受到解决问题可以有不同策略;第二学段则侧重于让学生尝试寻找不同的解决问题方法;第三学段可以让学生尝试评价不同方法之间的差异,了解不同方法的形成主要来源于对问题的认识角度不同。这样三个层次呈现了能力培养的循序渐进原则,各学段目标重点明确,层次清晰。

3. 情感与态度培养的有序性

学生对自然与社会的好奇心、求知欲，实事求是的态度，理性精神，独立思考与合作交流的能力，克服困难的自信心、意志力等是可以通过数学教学活动来培养的，而情感与态度的培养不是也不可能一步到位，必须依据学生的身心发展规律逐步形成和发展的。因此，“情感与态度”目标的设计也体现了明显的层次性。表2－3是三个学段对学生“自信心”培养的目标要求。

表2－3

学段	第一学段	第二学段	第三学段
情感与态度	在他人的鼓励与帮助下，能克服在数学活动中遇到的某些困难，获得成功的体验，有学好数学的信心	在他人的鼓励与引导下，能积极地克服在数学活动中遇到的困难，有克服困难和运用知识解决问题的成功体验，对自己得到的结果正确与否有一定的把握，相信自己在学习中可以取得不断的进步	敢于面对数学活动中的困难，并有独立克服困难和运用知识解决问题的成功体验，有学好数学的自信心

以上学段目标具体分为“他人鼓励与帮助、克服、信心→他人鼓励与引导、积极地克服、相信自己→敢于面对、独立克服、自信心”三个层次。第一学段的学生年龄小，意志力弱，在数学学习活动中遇到某些困难时，需要教师或他人的鼓励甚至是帮助，才能克服困难，获得克服困难的成功体验，产生学习数学的信心。因而及时帮励学生克服所面临的困难，适当鼓励他们自己设法解决问题是实现这一目标的有效方法。第二学段的学生遇到困难时，要求在教师或他人的鼓励与引导下，能积极地克服困难，并获得运用知识解决问题后的成功体验，并能进一步增强信心，相信自己在学习中能取得不断的进步。有意识地设计一些障碍，并及时指导学生寻求跨越障碍的办法，反思取得成功的经验，这无疑有助于学生形成克服困难的意志。第三学段，学生必须在前两个学段的基础上，能够勇敢地面对困难，而且能独立地克服困难，建立起学习数学的自信心。因此，教学中必须引导学生主动寻求解决问题的途径，即使没有能够完全解决问题，只要获得有效的求解思路，或对问题

有进一步的理解，就有益于学生建立学好数学的自信心。

《标准》中提出的学段目标是学生在学段末最终应达到的目标，而学生对相应知识的理解是逐步深入的，不可能“一步到位”。事实上，许多重要的数学概念和思想，即使是对同一学段的学生而言，也不是一次可以学成的，“问题的思考与解决”、“情感与态度”的培养更不是一蹴而就的，所以，对知识与技能的学习、能力的提高、情感的培养应当逐级递进，螺旋上升，以符合学生的数学认知规律，符合新课标分层次、连续实施的要求。

二、横向贯通

教育具有发展性。教学过程中，学生通过教师的启发引导、动手操作、动脑思维，形成一个系统化、网络化的知识结构，内化为知识素质，即“知识与技能”。而由数感、符号感、空间观念、统计观念、形象思维、抽象思维、合情推理能力和初步的演绎推理能力、数学思考方法以及运用数学解决问题的能力组成一个动态的智能结构，形成学生的能力素质，即“过程与方法”。结合教学内容激发学生的学习热情、对数学的好奇心与求知欲，获得成功的体验，锻炼克服困难的意志、建立学习数学的自信心，形成实事求是的态度以及进行质疑和独立思考的习惯，形成以学习的动机、兴趣、态度和意志为主要特点的情感素质，即“情感与态度”。

然而，知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观的形成不是割裂和孤立的，而是互相作用——互补、共生、同步、和谐发展的。因此，《标准》中每一学段目标与总体目标相一致，总体目标中提出的几个方面的内容，在分学段目标中具体阐述，“知识与技能、数学思考与解决问题、情感态度”三维目标的形成与发展是有机的统一体，而不是分三块，分门别类单独地实施。能力是在学习、应用知识或实施科学方法过程中形成和发展的，而能力的发展又将促进知识的进一步学习和科学方法的熟练掌握。情感态度与价值观更多的是在体验和应用数学知识的活动中形成的，体验的知识与生活、社会联系越紧密，越有利于情感态度与价值观的培养。三维目标在学段目标中体现了“横向贯通”的特点，可以用图 2－2 表示。

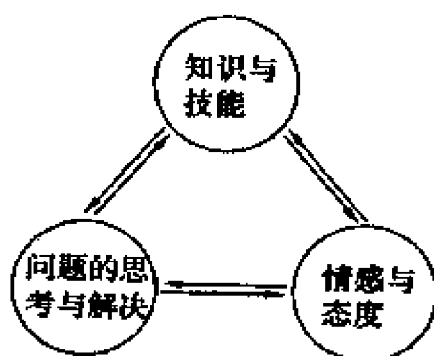


图 2-2

如第一学段“在对简单物体和图形的形状、大小、位置关系运动的探索过程中，培养学生的空间观念”，而空间观念的培养必须依赖于“空间与图形”基础知识的学习与基本技能的训练，即“经历直观认识简单几何体和平面图形的过程，了解简单几何体和平面图形，感受平移、旋转、对称现象，能初步描述物体的相对位置，获得初步的测量、识图、作图的技能”，而在这些知识与技能的学习、能力的形成过程中，学生的审美情趣、克服困难的自信心也会随之提高。再如第三学段“统计与概率”知识的学习，能让学生体验到数学与日常生活的联系，认识到许多实际问题可以借助数学方法来解决，并可以借助数学语言来表述和交流。学生要“从事”统计的全过程，首先讨论的问题是用什么指标来刻画所需统计的情况，在讨论中，学生意识到，指标的确定应源于研究的需要；接着，要讨论如何调查和收集数提，在调查与收集数据的过程中学生认识到，不同的样本得到的结果可能不一样；然后，从收集来的数据中做出推断，并想办法证实或反驳数据得来的结论，从而培养学生的推理能力。事实上，这一活动过程本身就是一个锻炼克服困难的意志、建立自信心的过程，即它是实现数学思考、解决问题、情感态度等目标的一个重要途径。

因此，知识学习与能力培养、情感态度应当和谐、同步进行。这就要求对目标的实施应体现综合效应性，即要求对三个维度的目标要统筹兼顾；注意三维目标的有机结合，互相促进，突出重点，兼顾其余。

根据学段目标的特点，在实际教学中，我们必须把握好两个“结

合"：

三、把握纵向联系，阶段性与发展性相结合

学生的发展是有规律的，学生对知识的掌握是有阶段性的，因此，在落实学段目标时，必须把阶段性与发展性结合起来。

1. 依据学生身心特点，促进发展

学生的成长是有阶段性的，随着学生年龄的增长，学生的思维能力得到相应的发展。第一学段的学生主要通过对实物和具体模型的感知和操作，获得基本的数学知识和技能。第二学段的学生已经开始能够理解和表达简单事物的性质，领会简单事物之间的关系，有初步的合情推理能力。第三学段的学生已有了一定程度的发展，具有初步的推理能力。教学中教师要依据学生的身心特点进行教学法的加工，使教学内容符合学生的思维发展水平，内容呈现方式应注意启发学生的数学思维，教学过程符合学生的认知规律，使学生能够经历知识的发生、发展过程，通过自己的归纳概括来理解知识，通过数学的实际应用来掌握知识，这样才能更好地发展能力，促进发展。

2. 依据学科特点，促进发展

数学有别于其他学科的特点是它的抽象性、精确性和应用的极其广泛性。学习数学的最主要的价值在于培养人的思维能力，特别是逻辑思维能力，使人善于思考，有独创精神。由于在数学的思考过程中，观察、比较、类比、猜想、合情推理、演绎推理、抽象、概括等各种思维形式都在发挥作用，因此在数学基础知识学习、基本技能训练中，创新精神和实践能力培养能够得到很好的落实。在课堂教学中，教师应依据数学学科特点来设计符合学生学习需求的数学活动，如：苏教版教材"认物体"的学习中，安排了"滚一滚"、"堆一堆"、"摸一摸"、"搭一搭"、"数一数"、"比一比"等活动，让学生在这一系列的符合数学学科特点的活动中得到全面、持续、和谐的发展。

3. 依据数学课程标准的要求，促进发展

数学课程标准中学段目标是每个学段中学生应达到的基本数学素养，根本出发点是促进学生全面、持续、和谐地发展。教学过程中，教师必须把握好每个学段的要求，明确前一学段的目标是后一学段目标的

基础，后一学段目标是学生进一步发展的前提，依据学段目标要求和学生发展的阶段性来设计教学活动，目标实施既要到位，又不能越位，但要保证学生的发展。

四、把握横向联系，善学与乐学相结合

有效的数学学习来自于学生对数学活动的参与，而参与的程度却与学生学习时产生的情感因素密切相关，参与的效率与学习时所用的方法是否得当相关。《标准》以“问题情境——建立模型——解释、应用与拓展”的基本模式为呈现方式，特别注重“过程与方法”，提倡在学习过程中学生的自主活动，培养学生掌握规律、探索模式的能力。数学学习应该是乐学与善学的统一，必须使学生愿意接近数学，愿意并且想学数学，会学数学。

1. 激发情感，激活思维

知识的价值确实重要，但情感体验的价值更重要，它将影响人的一生发展。情感不仅对学习过程有重要的启迪、激励、维护、调控作用，而且与学生态度的形成、信仰的确立、个性的完善息息相关。在教学实践中，教师要着力培养学生对数学积极情感，从而激活学生的思维，更好地学习数学知识，提高数学能力。

2. 激活经验，诱发思维

《标准》指出：“数学是生活中的一部分，是人们生活、工作和学习不可缺少的工具，数学教学活动必须建立在学生已有的经验基础之上。”为此，教材在编写时充分考虑了这一点，安排了“生活中的数”、“数学乐园”、“我们的校园”、“走进乡村”、“假日活动”等联系生活实际的内容。教师在教学中要充分利用这些内容，让学生在生活实际中掌握学习的方法；选择与学生生活背景有关的情景设计教学内容，使抽象的知识形象化，概括的知识具体化，系统性强的知识进行归纳转化，诱发学生的思维；设计安排一些实践活动，培养学生用数学的眼光看待现实生活，学会用数学思维思考问题。

3. 转变方式，诱导思维

多少年来，我们采用的是传统的单一传授和接受式教学方式，数学学习内容是以定论的形式直接呈现出来的，教师是知识的传授者，学生

是知识的接受者。它过分强调接受和掌握，冷落了发现和探究，在实践中使学生的学习成了纯粹被动接受、记忆的过程。这种接受式学习窒息了人的思维和智力、不利于学生创造能力和实践能力的培养，不利于学生的发展。转变教学和学习方式正是要改变这种状态，让学习变成学生亲自参加的、丰富的、生动的活动。正如《标准》指出的：动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。新教材中每一个知识点都设置了一个个与孩子们生活相联系的情境，让孩子们在现实情境中自己去探索、去合作、去交流、去发现问题，为转变学生的学习方式提供了很好的素材。因此，在数学教学实践中，教师应当为学生创设适当的学习情境，不断提出富有挑战性的问题，让学生不断生成新的问题，在做中学数学，在合作交流中学数学，在探究中学数学，在体验中学数学，有选择地学数学，以此促进学生自主发展。

思考与练习

1. 举例说明数学课程总体目标的特点。

2. 数学课程的学段目标有哪些特点：试结合自己的教学实践举例说明。

3. 结合你自己的教学实践，谈谈你是如何把握数学课程目标的。

第三章 数学课程的内容标准及分析

第一节 “数与代数”内容标准及分析

一、“数与代数”的内容构成

在课程标准中“数与代数”的内容是分成三个学段、四个板块来叙述的，在 1～6 年级其内容结构如表 3－1 所示。

表 3－1 1～6 年级内容结构

学段	第一学段 （1～3 年级）	第二学段 （4～6 年级）
内容要点	数的认识 数的运算 常见的量 探索规律	数的认识 数的运算 式与方程 探索规律

二、“数与代数”课程标准设计的特点及教学原则

1. 结合学生生活实际，加强数学知识实际背景

从建构主义的学习观来看，学习就是学生用原有的知识去解释、理解新的概念，从原有的知识的基础上，整合出新的知识。因此在教学中，创设生活背景对学生的学习大有好处，有利于学生知识的建构。

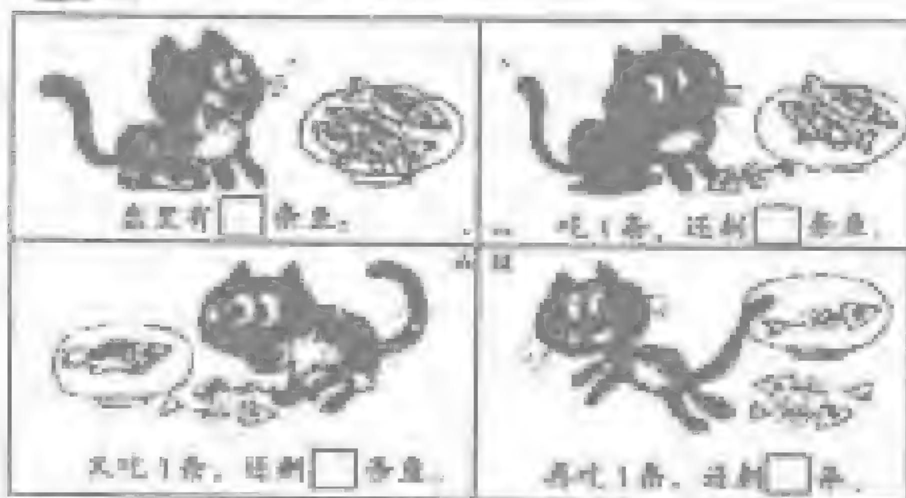
在课程标准（1～6 年级）中至少有 16 处强调了要结合具体情境来认识理解数学的内容。

[案例 1] 结合具体情境，体会四则运算

在北京师范大学实验教材一年级上册中，通过“小猫吃鱼”这个具体的生活情景，从中反映出减法的意义（见附图），学生可以从这个生活情景中抽象概括出减法的算式。



小猫吃鱼



学生可能列出不同的算式，如 $3-1=2$，$3-2=1$，$2-1=1$，$3-3=0$ 等，只要学生能够结合图讲明理由均应鼓励，予以肯定。

［案例2］ 一节"统计"课堂教学的引入部分（选自"四川省省级培训者培训班观摩课"教学实录）

一、录像引入（教师制作了一个动物园饲养员给猴子喂各种形状的饼干的动态课件）

师：你喜欢动物吗？

生（齐）：喜欢。

师：想看吗？

生（齐）：想看。（录像：动物园的猴子、猩猩等动物）

师：这些动物很可爱，是吗？

生（齐）：可爱。

师：你们知道它们吃什么？

生1：它们吃饲料。

生2：它们吃鱼。

生3：它们吃饼干。

生4：它们吃面包。

师：今天饲养员要给它们吃饼干。请看录像。

师：它们吃了哪些形状的饼干？

生 1:有长方形的。

生 2:有圆形的。

生 3:有梯形的。

师:奖励它们组一个草莓。(贴在黑板上)

师:你知道这些动物一共吃了多少块饼干吗?

生 1:12 块。

生 2:25 块。

师:每种形状的饼干各吃了多少块?

生:答不出来。

二、引导探索

师:看来要一个个地记很难记住,大家想想用什么办法就能记住?

生:画图。

师:每个小组的同学商量一下怎样记?

师:听清楚了吗?(小组合作,师巡视,师问:你们是怎样记的?怎样记?你们的办法想出来没有?怎样记忆呢?)

师:办法想出来了吗?拿出白纸和水彩笔按你们想出来的办法作好准备。重放喂饼干的录像。让学生记。

师:你是怎样记的?

生:○1,2,3　□1,2,3,4　⌓1,2,3…

在小学数学教学中,创设生活情景,要注意几个原则:

(1)生活情境要有现实性。这个现实性既指儿童生活中的现实,同时还可以包括儿童常常接触的卡通世界和童话世界。

(2)现实情境的设计一定要生动有趣,即应有趣味性。

(3)创设情景要设疑激趣,引起儿意解决问题的渴望和兴趣。

(4)创设情景一定要与教学内容密切相关。有些研究课多媒体动态课件做得不少,看起来也很热闹,但与所教内容毫无关系,结果儿童的注意力分散了,应学的内容反而效果不好。

2. 使学生逐步形成数感,重视口算,加强估算

数感是一种主动地、自觉地或自动化地理解数和运算数的态度和意识,它是学生的数学知识与实际情景的联系,它包括两重含义:一方

面指在实际情景中,学生对数学知识的感知,另一方面指数学知识在实际生活中的应用。

数感主要表现在:理解数的意义;能用多种方法来表示数;能在具体情境中把握数的相对大小关系;能用数来表达和交流信息;能为解决问题选择适当的算法;能估计运算的结果,并对结果的合理性做出解释。

[案例 1] 现实情景中感受数的大小

人民教育出版社实验教材第二册第 31 页,用 100 只羊的图给学生以 100 的整体感受,体会 100 的大小。

[案例 2] 结合现实教材感受大数的意义,并能进行估计

例 1:1 200 张纸大约有多厚? 1 200 名学生大约能组成多少个班级? 1200 步大约有多长?

学生可以用尺子或三角板量一本书的厚度,大概可以算出 10 张纸的厚度约为 1 毫米,100 张是 1 厘米,1200 张大约是 12 厘米。同样,1200名学生大约能组成 24 个班(以每班 50 名学生计算),1200 步大约有 700 米左右长等,这里也用了估算方法。

例 2:一个正常人的心跳 100 万次大约需要多长时间? 100 万小时相当于多少年? 100 万张纸有多厚?

这个例题同样要先估算,然后算出一个大约的结果,从面体会大数有多大。

[案例 3] 结合具体情境进行估算,并解释估算的过程

例 1:如果公园的门票每张 8 元,某校组织 97 名同学去公园玩,带 800 元钱够不够?

例 2:(北京师范大学实验教材一年级下册第 14 页)估一估,讲台有多长? 课桌有多长? 用手比划一下,你还能用哪些方法说明课桌有多长?

在教学中,对数感的培养要注意几点:

(1)数感的培养是一个潜移默化的过程,要在教材中反复进行。

(2)培养数感要注意结合具体的情境进行,如上面所举案例 3。

(3)培养数感还应在学习数的运算时进行,包括选择适当的算法,对运算结果的估计等。

3. 注重算法多样化

算法多样化，是指鼓励学生独立思考，让学生尝试用自己的方法来计算，就会出现不同的方法。它的本意是指群体中的解法多样化，而不是指每一个个体的解法都要多样化。因此，算法多样化和一题多解是有区别的，教材出现提示的几种方法不是要求每一个学生掌握所有的方法，而是多个学生掌握各自的方法，算法多样化的本质是鼓励学生的独立思考，尝试创新。

[案例 1]　20 以内的进位加法(人教社新编实验教材一年级上册)

教材采用以下措施来实现算法多样化

①从现实的问题情境中提出要解决的计算问题(学校运动会上的计算问题)。

②提示教师让学生拥有自主发现的经验，尊重学生发现的方法和自己的选择(只提问“你喜欢哪一种方法？”不急于评价，让学生通过反思，逐步体会哪一种算法的优劣)。

③提供“凑十”的简洁算法，但不要求学生准确地说明算理(不再出“想……”)。

④鼓励学生因题而异灵活地采用不同的计算方法解决问题(教学 9+5 的例题)。

⑤展示多种不同的计算方法，通过同学间的互相交流，让学生了解计算的多种方法(教学 8+9 的例题)。

[案例 2]　灵活运用不同的方法解决生活中的简单问题，并能对结果的合理性进行判断

每条小船限 4 人，17 人需要租几条？你认为怎样分配才合适？

这道题也有多种解法，解答过程中就不要求学生一定要掌握全部解法，每个同学可以掌握其中一种或几种。(解答方法过程略)

在教学中应注意的几条原则：

(1)教师应尊重学生的想法，鼓励学生独立思考，提倡计算方法的多样化。

(2)教师不要急于评价各种算法，应当引导学生通过比较各种算法的特点，选择适合自己的方法。

(3)为学生提供交流机会，使学生在互相交流中不断完善自己的方法。

三、课程标准与教学大纲教学内容的比较

我们把课程标准的内容与教学大纲"数与代数"教学内容相比较，发现不少加强(或增加)和削弱(或减少)的地方。

1. 增加了探索规律的内容

这部分内容的增加有利于发展学生的数学思维能力，特别是合情推理能力。

[案例 1]　3,5,7,________,________,________。

本题从不同的角度出发，可以发现前三个数字的排列有不同的规律，从而后面三个空的填法也有不同的结果，这里就要用观察、分析、比较最后归纳猜测出数字变化的规律来，这里有三种答案。(1)如果我们把前三个数看成奇数列，则后三个数依次填 9,11,13。(2)如果我们分析发现第三个数正是前两个数的和减 1，则应用这个规律后三个数依次填为 11,17,27。(3)如果我们分析发现第三个数正是前两个数之积减 8，则应用这个规律后三个数依次填为 27,181,4 879。

[案例 2]　找规律(人民教育出版社实验教材一年级下册第 88～90 页)

这段教学内容在教学中要注意:1. 要学生体验过程，注重方法，要使学生通过观察、分析、比较、猜测、实验活动，发现图形或数字的规律;2. 经过这个历程培养学生合情推理的能力，掌握归纳、猜测等思维方法。

2. 增加了使用计算机的内容

计算器和计算机的逐步普及，对数学教育产生了深刻的影响。因此课程标准强调，"把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具，致力于改变学生的学习方式，使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去"。

一方面，计算器可以使学生从烦琐的纸笔计算中解放出来，也为解决实际问题提供了有力的工具。另一方面，计算器对学生的数学学习方式也有很大的影响。计算器可以帮助学生探索数学规律，理解数学概念和法则。

第二学段的具体目标规定，"能借助计算器进行较复杂的运算，解决简单的实际问题，探索简单的数学规律"。

3. 解方程的依据转变为根据等式的性质

在原小学教学教材解方程都是依据加、减、乘、除运算的各部分之间的关系，现在在课程标准中第二学段就明确提出"理解等式的性质，会用等式的性质解简单的方程(如 $3x+2=5$，$2x-x=3$)"。

4. 正比例的内容有扩展

课程标准在"数与代数"第二学段中提出："能根据给出的有正比例关系的数据在有坐标系的方格纸上画图，并根据其中一个量的值估计另一个量的值。"这是原教学大纲没有的内容，这里已开始孕伏直角坐标系的概念和渗透"函数"思想。

5. 降低了笔算的复杂性，提高了熟练程度

《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试验修订版)》(2000年)已经降低了笔算的难度。对整数运算规定："笔算加减法以三位数为主，一般不超过四位数；笔算乘法一个乘数不超过两位数，另一个乘数一般不超过三位数；笔算除法除数不超过两位数。四则混合运算以两步的为主，一般不超过三步。"

课程标准中取消了加减法"一般不超过四位数"、乘除法"一般不超过三位数"的提法，而明确整数笔算只要求"三位数乘两位数""三位数除以两位数"。

在熟练程度上，教学大纲中有三个层次：熟练、比较熟练、会，这里的比较熟练和熟练在操作上很难区分开，实际上往往都按熟练的要求去做。现在课程标准中对计算则提"熟练、正确和会"，"正确和会"与熟练相比没有速度上的要求。

6. 减少了整数四则混合运算的复杂性

教学大纲对四则混合运算的要求是，"四则混合运算以两步为主，一般不超过三步"。课程标准对整数(或小数或分数)的四则混合运算要求"以两步为主，不超过三步"。里然只有微小的变化，但反映了这方面要求的降低。

7. 降低了数的整除内容的要求

数的整除的内容在教学大纲中的要求是，"知道整除、约数和倍数、质数和合数等概念，了解它们之间的联系和区别。掌握能被2,5,3整除

的数的特征。会分解质因数(一般不超过两位数)。会求最大公约数(限两个数的)和最小公倍数(不要求综合运用以上概念)"。在课程标准中这部分内容的要求有所降低,明确在 1~100 的自然数中认识有关的概念和性质,并且这部分内容分散到数的认识和计算中去。

8. 弱化了对算理的理解

特别在第一学段,并不以"数的组成和分解"作为加减法运算的起点,从前面曾举过的案例中可以看到,当学生用"凑十"法进行加减法的运算时,实验教材删去原传统教材出示算理、"想:……"的部分。

9. 删去了带分数的四则运算及混合运算和珠算

课程标准"数与代数"的第二学段,具体目标中明确指出:分数的四则运算及混合运算,不含带分数。

第二节 "空间与图形"内容标准及分析

一、"空间与图形"的内容构成

在课程标准中"空间与图形"的内容是分成三个学段、四个板块来叙述的,1~6 年级内容结构如表 3-2 所示。

表 3-2

学段	第一学段 (1~3 年级)	第二学段 (4~6 年级)
内容要点	图形的认识 测　　量 图形与变换 图形与位置	图形的认识 测　　量 图形与变换 图形与位置

二、"空间与图形"课程的设计特点

1. 突出探究性活动,使学生亲历"做数学"的过程

课程标准在阐述"空间与图形"的内容时,大量使用"探索……性质"这样的句型,这反映了课程标准的"过程性"目标。要求学生在"做数学"的活动中,通过自主探索认识和掌握图形性质,积累数学活动的经验,发展空间观念和推理能力。

[案例] 钉子板上的图形(选自《新课程教学案例荟萃》,刘友华编写,北京师范大学数学实验教材一年级上册第38～39页,下面是从第二部分开始的教学设计)

教师活动及意图	学生活动及预期效果
二、实践操作,获取新知 1.认识钉子板 (1)(出示钉子板)这是机灵狗围好的图形,你们能围吗?请同学们在钉子板上围一个你认识的图形。 (2)指名介绍自己所用的图形(4～5名),再请小朋友们把自己的作品拿起来给同学老师们看。(意图:给每位学生表现的机会,尤其是一些不爱发言、不爱表现的学生)	学生动手操作。 注意:每人围一个图形,鼓励有创意的围法。 学生主动地向全班展示自己的作品。
(3)师:小朋友们围得真棒,你能围一个比这更大的正方形吗?(指机灵狗围的小正方形)	学生独立探索。
(4)指名展示自己围的正方形,并介绍围的方法。(意图:使学生明确正方形的围法及正方形的大小是由边长确定的)	学生各自介绍自己的围法。明确要围一个正方形,必须让每一边占的钉子数一样,根据自己的想法给图形取名称。
2.认识多边形 (1)教师将机灵狗围的一个长方形变成一个一般的四边形。 (2)师:这是什么图形?你能给它取个名字吗?(教师对学生的回答暂不作出评价) (3)师:这么多个名字,到底用哪一个呢?我们先来看看它有几条边。 (4)师:你能围一个有四条边的图形吗? (5)学生把围好的图形向大家展示。 (6)师:它们都有四条边,你能给这些图形取一个共用的名字吗?(意图:让学生积极思考,从而感知这些图都可以叫四边形)	学生动手围一个四条边的图形,从而感受四条边的图形有很多种围法。 学生交流讨论。 认真观察,学会数边,从而认识多边形。
(7)小结:这样,有四条边的图形叫四边形。 (8)师:(指长方形、正方形)它们有几条边,是不是四边形?(把长方形或正方形变成一个五边形)这个图形有几条边?叫什么图形?有六条边、七条边呢? (9)学生同桌合作:围1～2个多边形。 (10)指名展示自己围的图形,并说说是几边形。	同桌要同操作,使弱势学生得到相应的帮助。

续表

三、应用、实践 1. 找一找,涂一涂 (1)出示一个"⬡",这是什么图形,你从六边形中还能看到什么图形?(指名涂色) (2)再贴出两个"⬡"使其组成"⬡⬡⬡"让学生继续寻找。 2. 小小设计师 (1)出示第二块钉子板。 师:机灵狗是用认识的图形围成的,它还是围的什么呢?(金鱼和树) (2)师:你能围出与机灵狗不一样的物品吗? (3)学生独立设计制作。 (4)学生展示。(要求说自己围的是什么,由哪些图形组成的) 教学反思: 学生对这一活动非常投入,有的围出了十字架,并说在医院里看过;有的围成了飞机、手枪、机器人等。但由于时间关系,只有5位同学做了展示,我只好让学生互相展示。 3. 摆一摆(根据时间情况灵活选择) (1)围一个"△"要几根小棒,2个还是3个呢? (2)10根小棒能摆几个"□"?	学生独立思考,并交流,再小组共同完成。 使学生产生竞争意识,激发创造欲望。 学生汇报,全班共同欣赏,评出优秀设计师。 学生独立操作,发表自己看法,引起争论,使思维得到升华。

这个教学设计就较好地体现了学生探究的过程,在这种围图形的过程中,认识、掌握图形的性质、发展空间观念。

2. 大力倡导"动手实践、自主探索、合作交流"的学习方式

学习方式的转变是课程改革的一个重要目标。课程标准指出:"有效的数学学习活动不能靠单纯的模仿和记忆,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。"因此,课程标准在"空间与图形"的内容中,十分强调数学学习活动的情境设置和学生的主动参与。比如,"按已知点的坐标在坐标系中描出图形,将已知点的坐标进行一定的变化,并描出相应的图形,从而探索坐标的变化对图形形状的影响","用坐标确定某市旅游景点示意图(具有方格背景)中景点的位置"等。以现实而生动的情境呈现"图形与坐标"的内容,引导学生充满情趣地主动参与探索过程。

[案例] 认识物体和图形节选(设计者:成都市郫县林良勇)

学生活动	教师活动	设计说明与分析
活动一: 小组活动:把形状相同的物体放在一起,然后在班上交流汇报本组的情况。	每小组事先准备好一篮物体,让学生把形状相同的物体放在一起。在学生活动时进行巡视。	1.用故事引发学生活动的兴趣。 2.通过分一分,使学生初步分出长方体、正方体、圆柱体和球体。
活动二: 学生通过看一看、摸一摸等手段,分别体验球体、长方体、正方体、圆柱体的特点,并汇报交流自己的感受和发现。	根据学生的汇报,分别贴出画有球、长方体、正方体和圆柱体的图片。最后提示课题:认识物体。	通过观察操作,进一步感知长方体、正方体、圆柱体和球的特点,培养学生的操作、观察能力和探究意识。
活动三: 1.根据教师的讲解选择相应的物体,并用自己的话说说各物体的特征。 2.判断,交流,形成共识。	1.和学生一起进行"我说你拿"的游戏。 2.出示有两个面是正方形的长方体,让学生判断并根据不同的认识启发学生讨论。	进一步巩固学生的认知,并通过讨论交流,突破本课难点。
活动四: 以"开火车"的形式到黑板前选取并贴出图片。	出示画有不同实物的图片,让学生区分并贴在相应的立体图形下面。	教师可设置一两个不确定的图片进行干扰。
活动五: 小组内进行"看谁摸得对"的游戏。	教师巡视,激励学生体验。	用活动提高学生的参与学习的兴趣。
活动六: 先独立数一数,再在班上交流自己是怎样数的。	投影出示练习五第2题的放大图。	进一步巩固学生对四种立体图形的认识。
活动七: 学生动手用物体在白纸上画出平面图形并展示自己画的图形。	谈话引入,示范并启发学生用自己喜欢的物体在白纸上画平面图形。最后用激励的语言评价学生的成果。	由学生喜欢的形式引入,提高学生学习的兴趣和热情,并通过评价让学生体验成功。
活动八: 学生在黑板上把一样的平面图形放在同一座房子里。	在黑板上出示吹塑纸剪成的四种平面图形和四座小房子。要求把一样的平面图形放在一起。	通过分一分让学生初步感知四种平面图形。
活动九: 命名并把自己的发现在班上进行汇报交流。	在学生汇报的基础上在各房子上板书:长方形、正方形、三角形和圆。	在交流中让学生进一步体验四种平面图形的特征。

这篇教学设计就较好地体现了动手实践、自主探索、合作交流的学习方式，设计说明和分析部分说明了操作的要点。

3. 加强几何中建模过程，强调几何直觉，培养空间观念

课程标准注重学生经历从实际背景中抽象出数学模型、从现实的生活空间中抽象出几何图形的过程，注重探索图形性质及其变化规律的过程。比如，在第一、第二学段中，注重引导学生通过观察、操作、有条理的思考和推理、交流等活动，从多种角度认识图形的形状、大小、变换和位置关系，发展学生的几何直觉和空间观念；第三学段继续通过观察、操作、图形变换、展开与折叠、图案欣赏与设计等各种形式的活动，引导学生借助图形直观，通过归纳、类比等方式探索图形的性质，进一步认识图形及其性质，丰富几何的活动经验和良好体验，发展空间观念。

几何建模是数学建模的一种，它的过程同《数与代数》中揭示的框图大体一致，只不过在“数学模型”的方杠中包含的内容应该换成“各种几何图形及数量关系式”。

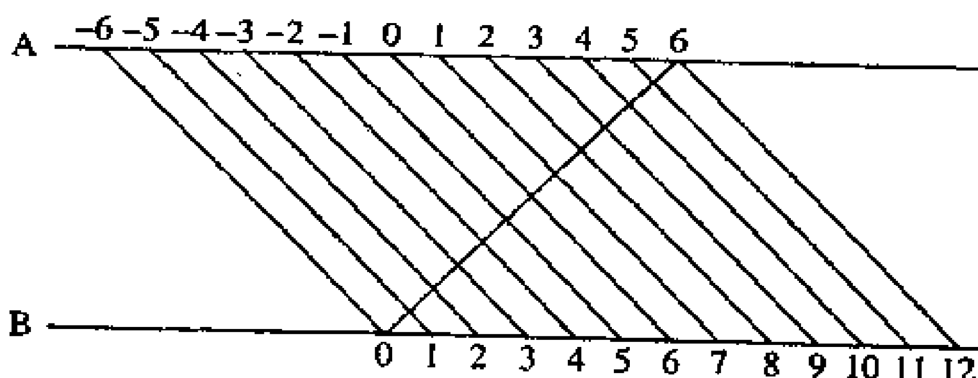
[案例] 一条轮船从 A 港开至 B 港需要航行整 6 昼夜，每天中午都有 1 条船从 A 港开至 B 港，也同时有 1 条船从 B 港开回 A 港，来回的航线完全相同，问每条从 B 港开出至 A 港的船在海面上会遇到多少条船？

从这个实际问题，我们来看看几何建模的过程。这个问题建模成方程是比较困难的。

首先，我们把两个港口的海岸线分别用两条直线 A 和 B 表示，每条轮船的航程用从 A 到 B 的一条线段表示，如图所示，当天从 A 开出的，6 天后到 B，即是线段 $A_0 \sim B_6$；提前一天开出用 -1 表示，晚一天开出用 $+1$ 表示，这样图中各段直线的意义自然明了。

其次，当天中午从 B 港开出到 A 港的船的航程用线段 $B_0 \sim A_6$ 表示，这样我们就把轮船相遇问题建模成一个几何模型。从 B 到 A 的船途中遇到多少条船就转化成线段之间的交点问题。

解：从以上分析，我们发现 $B_0 \sim A_6$ 与其他线段共有 13 个交点，但因为是要求在海面上遇到的，所以 B_0，A_6 两点除外。



则有 13－2＝11 个交点。

然后再转化为实际问题，即在途中遇到 11 条船。

三、课程标准与教学大纲教学内容的比较

我们把课程标准的内容与教学大纲有关几何的内容相比较，可以发现不少增强和削弱的地方。除以上所谈到的特点以外，课程标准增强和削弱的方面还有：

1. 强调内容的现实背景，联系学生的生活经验和活动经验

课程标准强调“空间与图形”内容的选取应是“现实的、有意义的、富有挑战性的”，紧密联系学生的生活经验和活动经验，拓宽几何学习的背景。以第一学段为例，其内容就不仅包括常见的几何图形，而且还有现实世界中丰富多彩的二维、三维图形及其相关问题，如：“某汽车的牌照倒映在水中，你能根据水中的影子确定该汽车的牌照号码吗？”

2. 增加了“图形与位置”和“图形与变换”的内容

增加的内容有：通过从不同方向、不同角度观察物体，学习描述物体相对位置。如桌上放着一个茶壶，四个人从前、后、左、右四个方向进行观察，请指出所给的四幅图分别是从哪个方位看到的；又如在东、南、西、北、东北、西北、东南、西南八个方向中，给定一个方向（东、南、西或北）又能辨认其他七个方向，会用这些词语描述物体所在的方向。

要求学生体会感受平移、旋转、对称现象，这些都是属于图形变换范畴的。如要求学生指出下列现象中，哪些是平移或旋转：①方向盘的转动；②电梯的上下移动；③水龙头开关的转动；④钟摆的运动。

在第二学段进一步学习图形变换。继续采用观察、操作、实验等手段，加深对图形变换的规律的认识。

注重通过观察物体、认识方向、制作模型、设计图案等活动，学习确

定物体位置的方法。

3. 重视量与测量，加强测量的实践性，增加了估测及其在现实生活中的应用

课程标准把测量与学生的实践活动紧密联系在一起，让学生在做中学。比如，在第一学段中提出了“结合生活实际，经历用不同的方法测量物体的长度的过程；在测量活动中，体会建立统一度量单位的重要性”的要求，同时以“用铅笔盒、橡皮等作为工具测量课桌长，并体会统一度量单位的必要性”作为范例，使学生真切地感受量的实际意义。

课程标准还强调引导学生在测量过程中根据现实问题，选择合适的测量方法和工具，以及利用测量进行数学探究活动。如第二学段中提出了“结合具体情境，探索并掌握长方体、正方体、圆柱的体积和表面积以及圆锥体体积的计算方法”、“探索某些实物体积的测量方法”等要求。

课程标准重视估测及其在现实生活中的应用，如第二学段中提出了“能用方格纸估计不规则图形的面积”的要求等。

4. 调整“证明”的要求，加强合情推理

推理有演绎推理、归纳推理、类比推理等，归纳和类比是合情推理的主要形式。把传统几何中偏重于演绎推理的“证明”，调整为合情推理与演绎推理相结合的“通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想，并进一步寻求证据、给出证明或举出反例”的过程，也就是说，学生获得数学结论应当经历合情推理——演绎推理的过程。

5. 突出“空间与图形”的文化价值

课程标准中提出了“通过建筑、艺术上的实例了解黄金分割”，“通过对欧几里得《原本》的介绍，感受几何的演绎体系对数学发展和人类文明的价值”等要求，力求通过介绍一些数学的史实(比如，有关七巧板的史料，规与矩的史料，勾股定理产生、证明及其推广的历史，勾股定理与无理数产生的关系，圆周率 π 产生的史料，黄金分割与建筑和艺术的设计等)，使学生了解“空间与图形”有着丰富的历史渊源，认识我们祖先的智慧，增强民族自豪感，了解数学对社会发展的推动作用，感受“空间与图形”的文化内涵和文化价值。同时，课程标准还强调“空间与

图形”与现代科技发展的联系，突出它的现代科技背景，如结合几何体的切、截介绍医用CT等，使学生进一步体会“空间与图形”与人类生活的密切关系。

6. 从总体上看，削弱了以演绎推理为主要形式的几何证明，而代之以直观几何的内容。

这一点在第三学段体现得比较充分，在第一、二学段也采用直观几何的内容，要求学生较多地用直观、形象、非形式化的方法来解决图形问题。

7. 削弱了单纯的平面图形周长、面积、体积等计算

这是因为第一、二两个学段是发展学生空间观念的良机，而单纯的几何计算并不能有效地发展学生的空间观念，因而课程标准把这类计算融于几何直观和反映空间观念的问题之中。

四、“空间与图形”教学中应注意的原则

课程标准要求教学这部分内容时，尽量结合学生的日常生活，通过观察、操作个体实物及模型，使学生获得比较丰富的直观体验，在此基础上逐渐归纳出一些基本的几何事实，形成初步的空间观念。在具体实施时，应注意以下几点：

1. 通过实践活动，使学生增强直观体验，认识基本图形

“空间与图形”的教学，应当从学生熟悉的生活情境出发，以直观和动手操作为基本手段，注重引导学生把生活中对图形的感受与有关知识建立联系，并在此基础上逐步归纳得出关于“空间与图形”的一些基本事实。课程标准列出的第一学段18条具体目标中，除少数条目外，大部分条目都明确提出在现实情境中辨认、操作、测量、描绘的要求，学生将在这样的实践活动中，不断增强直观体验，认识基本图形。

2. 强调对量的实际意义的理解，以及对测量过程的体验

根据课程标准中关于“测量”的具体目标，应组织学生开展测量活动，由学生自己选择测量工具和测量方式，并交流各自的测量结果和体会。比如，组织学生测量课桌的长度，他们可能不用标准的测量工具，而用铅笔、绳子……作为测量工具，测得课桌有6支铅笔长……于是学生就能体会到统一测量单位的必要性。需要指出的是，测量活动不仅

要关注结果的准确性，更要关注学生是否积极参与测量活动，能否采用不同的测量方法。要避免繁杂的单位换算，而应着重引导学生理解测量的实际意义和作用。

3. 注重内容的相互渗透、逐步深入、螺旋上升、循序渐进

课程标准根据学生的身心发展规律，将课程内容按逐步渗透、深化、螺旋上升的方式编排，以实现本学段课程的具体目标。比如，对图形的认识，不仅体现在“图形的认识”的7条具体目标中，而且在“测量”、“图形与变换”、“图形与位置”等各部分中都有不同方式、不同程度的渗透。又如，标准中指出的“描述物体的相对位置”、“描绘物体所在的方向”、“初步学会表达解决问题的大致过程和结果”等目标，也只有在学生自主探索、反复尝试的过程中才能实现。

4. 鼓励学生独立思考、自主探索、合作交流

要引导学生在独立思考、自主探索的基础上，大胆地与同学进行合作与交流，并鼓励解决问题策略的多样化。这样的过程，有助于培养学生的参与意识，通过与他人的交流可以学会用不同的方式探索和思考问题，不断提高自己的思维水平。

在实施中，应多给学生提供这种合作探索和交流的机会。比如，认识平行四边形时，可以组织学生讨论，鼓励每一个学生说出自己对图形的看法，不同的学生对图形特点的描述可能不一样——有的说出了图形中边的特点，有的说出了图形中角的关系，还有的说出了平行四边形与其他图形的区别等，这样就可以使学生更全面地认识平行四边形。

第三节 “统计与概率”内容标准及分析

一、“统计与概率”的内容构成

在课程标准中“统计与概率”的内容是分为三个学段、两个板块来叙述的，在1～6年级其内容结构如表3－3。

表 3－3

学段	第一学段（1～3 年级）	第二学段（4～6 年级）
内容要点	数据统计活动初步 不确定现象	简单数据统计过程 可能性

二、“统计与概率”课程标准设计特点

1．强调统计与概率过程性目标

要使学生形成统计观念，最有效的方法是让他们真正投入到统计的全过程中去，发现并提出问题，运用适当的方法收集和整理数据，运用合适的统计图表、统计量等来展示数据，分析数据，做出决策，对自己的结果进行交流、评价与改进等。同样，要使学生对随机现象有初步的理解，必须在实验的过程中，现解概率的意义，体会概率与频率的关系。只有通过大量的实践，才能丰富学生对于概率意义的理解，形成随机观念。

在第一学段，通过具体操作活动，使学生对数据处理的过程有所体验，在活动中学习一些简单的收集、整理和描述数据的知识和方法（如统计表、象形统计图、平均数），并能根据数据回答一些简单的问题（也就是简单的统计推断）。在第二学段，通过日常生活和周围环境中熟悉的素材，使学生经历简单的数据处理过程。在此过程中，进一步学习收集、整理和描述数据的知识和方法（统计图表、平均数、众数、中位数等），根据数据做出简单的决策和预测，并能对某些简单问题设计统计活动、检验某些判断。

2．强调对统计表特征和统计量实际意义的理解

课程标准强调通过选择现实情境中的数据理解统计的概念和原理的实际意义，着重解决一些实际问题，使学生认识到统计在日常生活、社会及各学科领域中有着广泛的应用。因此，对统计表、统计量的学习应当借助日常生活中各种各样的例子，在经历收集、整理、描述、分析数据的过程中加深对有关概念的理解。另外，由他们收集或在教科书上呈现的数据信息必须与学生的日常生活相联系，以有利于他们对数据进行分析和解释、发表对数据信息的理解、推理和判断。

3. 注意与现代信息技术的结合

计算器、计算机的日益普及为学生从小学习统计与概率提供了方便。计算机可以大大提高数据整理和显示的效果，在建立、记录和研究信息方面，为学生提供一个良好的工具，可以使学生有充足的时间来探究统计的实质。当学生对一个问题进行实验时，计算机可以产生足够的模拟结果，给学生的探究活动提供有力的帮助。因此，课程标准要求运用计算器或计算机来处理较为复杂的数据，以使学生有更多的精力学习统计与概率的思想方法。

4. 注意统计与概率和其他内容的联系

统计与概率的内容和其他数学领域的内容有着紧密的联系，它为学生提供了将各个领域的内容联系起来的机会。因此，这部分内容的学习，应为发展和运用比、分数、百分数、度量、图像等内容提供活动背景，为培养学生综合运用知识解决问题提供机会。

5. 注意避免单纯的统计量的计算和对有关术语进行严格表述

统计与概率的知识包含一些概念、公式和统计图表，例如平均数、众数、中位数、折线统计图、扇形统计图等。这些内容的教学既不能简单地作为名词和术语来处理，也不能仅仅作为相应的代数和图形知识来处理。课程标准明确指出，应“避免单纯的统计量的计算，对有关术语不要求进行严格表述”。也就是说，应当突出有关概念、公式和图表所蕴涵的统计与概率背景，切忌强化各种专业性术语和单纯的技巧性学习。例如平均数，重要的不是它的定义和作为代数公式的运算程序，而是它所包含的统计意义。

三、教学中应注意的几个原则

在小学阶段，“统计与概率”的教学应注意从儿童的认知特点出发，应该强调以下原则：

1. 实践性原则

在教学中统计的对象，应该来源于学生熟悉的生活实际。

如个人喜好的东西：喜爱的玩具、小动物、花草；爱吃的水果、蔬菜；最受欢迎或喜欢的电视节目、卡通人物；喜爱的运动、球类；爱喝的饮料；班上参加各兴趣小组的人。

如大家都关心的主题：奥运会各国金牌数；濒临灭绝的物种及数量；比较熟悉的一些动物的奔跑速度；一些著名的河流的长度；班级同学的出生年月；戴眼镜的人数；人的身高、体重、臂长等；气温、雨量记录；一天的体温变化记录。

2．过程性原则

在教小学阶段的各个概念，应该注重形成概念的全过程，而不是统计的结果。在经历收集数据、处理数据的过程中学习收集、处理及描述的方法，同时也培养以随机的观点来理解世界的观念。

3．趣味性原则

因为是在小学阶段，我们不能把"概率与统计"的教学变成枯燥无味的、烦琐的数据处理，而应以有趣的方式呈现。郝春丽老师的案例就比较好地体现了上面的三个原则。

师：小朋友们好！小朋友们，我们先来听个故事，好吗？

生：好！

（伴随着轻柔的音乐声和电脑演示，教师讲起了孩子们最爱听的故事——小猫钓鱼）。

师：这天是星期日。瞧！太阳公公早早地就起床了！快看！池塘边来了3位小客人，他们是谁呀？

生：是小花猫、小白猫和小黑猫。

评析：充分利用电脑形象、直观的特点创设故事情境，激发了孩子们的学习热情。

师：对！原来他们要比赛钓鱼。

师：预备——开始！

师：滴答，滴答，时间过得可真快呀！不知不觉中比赛就要结束了。小朋友们，你们想知道比赛结果吗？

生：想！

师：那就让我们先来猜一猜，看3只小猫各钓了几条鱼，好吗？

生：好！

师：谁先来猜？

生：小花猫钓了1条鱼，小白猫钓了8条鱼，小黑猫钓了4条鱼；

生:小白猫钓了 10 条鱼,小花猫钓了 6 条鱼,小黑猫钓了 5 条鱼;

生:小黑猫钓了 2 条鱼,小白猫钓了 5 条鱼,小花猫没有钓到鱼;

师:为什么小花猫没有钓到鱼?

生:因为小花猫一会儿捉蝴蝶,一会儿捉蜻蜓,三心二意地,所以 1 条鱼也没有钓到!

师:那这说明了什么?

生:这说明做事情要一心一意!

师:你说得很对!

评析:猜测最能引起孩子们的兴趣,使他们在猜测中尽情地展开想像,当然这也需要有一定的生活实际。这不,其中就有一位孩子联想到了做事情要一心一意,适时渗透了思品教育。

师:现在,请大家想一想:为了记住 3 只小猫各钓了几条鱼,我们该怎么办?

生:要认真看?

生:要坐好! 不乱说话!

生:要把结果记在脑子里!

师:那万一忘记了,怎么办?

生:把结果写在纸上!

评析:让孩子们自己对自己提要求,则化被动学习为主动学习,唤起了学生的主体意识。

师:对! 为了记住 3 只小猫各钓了几条鱼,我们要认真记录,记录的过程就叫“统计”。(板书课题并领读:统计)

师:下面就请每一位小朋友准备笔和纸!

师:好了吗?

生:好了!

师:请大家仔细观察、认真统计!

(电脑逐次演示 3 只小猫钓鱼的条数)

师:谁来说说 3 只小猫各钓了几条鱼?

生:我知道,小白猫钓了 5 条鱼,小黑猫钓了 4 条鱼,小花猫钓了 2 条鱼。

师：对吗？

生：对！

评析：统计概念的引入自然而然，水到渠成。在孩子们明确要学习的是自己时，他们表现得十分认真和专心。

师：大家统计得非常准确！

师：接下来，请大家用一块积木表示1条鱼，在桌面上搭一搭，谁钓了几条鱼在谁的桌面上搭几块积木！比一比看谁搭得又好又快！

（学生动手操作，教师巡视，并请一名学生上台展示，说明自己是怎么搭的……）

评析：儿时的游戏重现于课堂，孩子们感到既亲切又兴奋，他们表现得热情高涨。而搭好的积木就是立体的统计图，形象地体现了统计必须在同一平面上进行。同时，在孩子们动手操作的过程中，"替代"与"对应"的数学思想也得到了很好的渗透。

师：刚才，我们用1块积木表示1条鱼，那老师想用一个方格表示1条鱼，行吗？

生：行！

师：那好！请看：像这样用来记录统计数据的图就叫"统计图"。

（电脑出示"小猫钓鱼条数统计图"）

师：图上有1条直线（闪动），直线上面是"小猫钓鱼条数"。（闪动）

师：请注意：这里表示鱼的条数的小方格要同样大小！

（随教师讲解，表示每只小猫钓鱼条数的小方格横向、纵向逐次闪动。）

师：请仔细观察这张漂亮的统计图。谁能说说从这张统计图中，你都知道些什么？

生：我知道3只小猫分别钓到4条、2条、5条鱼。

生：我知道小白猫钓的鱼最多，小花猫钓的鱼最少。

生：我知道3只小猫一共钓到11条鱼。

生：我知道小黑猫给小花猫1条鱼，他俩钓的鱼就同样多了。

生：我能把3只小猫钓鱼的条数按顺序排列：就是5条、4条、2条。

生：我也能把3只小猫钓鱼的条数按顺序排列：就是2条、4条、5

条。我是按照从少到多的顺序排列的。

……

评析:随着电脑恰到好处的演示,孩子们形象地理解了统计图的诸多概念,并通过观察,发现了很多问题:从观察中得出各类数据的多少到比多比少,甚至提出多步求和、移多补少、排列等问题,不仅有效地培养了孩子们的发散性思维,而且也使他们更深刻地理解了"统计"的意义。

第四节 "实践与综合应用"内容标准及分析

一、"实践与综合应用"的内容构成

在解决问题的理念指导下,这部分内容课程标准按学段分成三个部分。

第一学段(1～3 年级)实践活动。强调"实践",强调数学与生活经验的联系。

第二学段(4～6 年级)综合应用。在前者的基础上,增加了"综合应用"的要求。

第三学段(7～9 年级)课题学习。强调了以"课题"为标志的研究性学习。

二、"实践与综合应用"课程标准的特点

1."实践与综合应用"应突出探索性

"实践与综合应用"本质上是一种解决问题的活动,在解决问题的过程中,需要学生独立思考,自主探索,教师应该尊重学生的自主性,让学生在探索中掌握思维的方法,培养学生的创新思维。

2.密切联系生活实际

实践与综合应用的一个重要目标,是让学生体会数学与现实世界的联系,树立正确的数学观。为了使学生体会数学的文化价值和应用价值,拉近数学与人和自然的距离,在数学课要强调数学知识与学生生活之间的联系。根据学生的年龄特征和心智发展水平,第一学段和第

二学段主要以密切数学与生活的联系为主，以第一学段学习“数的认识”为例，我们可以从学生熟悉的生活事例出发，通过安排一系列的活动，使学生认识数的现实意义。比如，收集生活中常见的数，并在课堂上列举出来，说明数的相关单位；列举与数有关的事物（如车票、钱币、收据、楼层、车流量、弹子游戏、纸张的剪裁、教室的黑板、洗衣粉的盒子等）；在此基础上，探讨数的现实意义（如大小、高矮、长短、价格、尺码等）。活动的素材取自于生活，加强了数学学习与学生生活的联系，激发了学生的学习兴趣，有利于培养学生学习的主动性。

3. 强调综合应用

加强数学各部分内容的联系，发展学生的综合应用能力，是这一部分学习活动的另一重要目标。“综合”应用有两方面的含义：①数学各部分知识与表达方式之间的综合；②数学学科与其他学科的综合。实践和综合应用是在“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”基础上设立的，是综合运用不同的数学表达形式体现出来的。

[案例] 在周长相同的平面图形中以圆的面积为最大，以及它的一个特例——在周长相同的矩形中以正方形的面积为最大，再由此类比推出，最大值定理：两个量（正数范围内）如和一定，则它们相等时，积最大，再由此可以运用此规律，解决一些比较两个积的大小的难题。

通过这个数学活动，我们可以培养学生观察、实验、猜想的能力，让他们掌握归纳、类比的思维方法，还可以促进他们对数学的好奇心，当他们获得成功的体验后，对培养他们的自信心也大有好处。

4. 形式多样化

实践与综合应用的形式是多样化的，如小调查、小制作、小课题研究、小研究报告等。

实践与综合应用活动可以以课内外相结合的形式进行。这些活动可以通过课堂学习方式完成，也可以通过作业形式让学生经过一段时间完成。

三、“实践与综合应用”包括的几个阶段

“实践与综合应用”活动一般包括四个阶段：①进入问题情境阶段；②实践体验阶段；③解决问题阶段；④表达和交流阶段。

在第①,②阶段应该注意突出“抽象”的思维策略。所谓抽象,就是透过现象深入里层,抽取本质。它有“分离——提纯——简略”三个环节。经过这三个环节从生活实际抽出具有数学本质意义的东西,从而提出数学问题。在第③阶段应该突出“建模”的数学思想,在抽象出各种数学要素后,要用一个数学模型将它们组合起来形成一种结构,找出这个数学模型的规律或者解答,再寻找出数学答案对应的现实生活的意义,整个问题就算解决了。

四、教学中要注意的原则

实践与综合应用是一种新型的学习活动。在数学教学中进行实践与综合应用的教学意味着教与学方法的改革。教师要创设情境让学生进行充分的探索活动。实践与综合应用活动应该因地制宜地展开,教师在教学时,应注意以下几点:

1. 充分发挥学生的主体性

学生是学习的主体,这一特点在实践与综合应用中更为突出。实践与综合应用是以学生为主体的解决问题的活动,教学时应该让学生具有较大的自主空间。实践与综合应用活动的基本过程包括确定活动、探索实践、解释讨论、得出结论和表达陈述等环节。教师可以向学生推荐活动,学生可从中做出选择并实施这些活动,教师要让学生在选择中有较强的自主性。在学习过程中,教师要让学生独立思考和合作交流,在此基础上教师进行有针对性的指导。

2. 鼓励学生思考方法的多样化

在实践与综合应用的活动过程中,学生往往会从自己的生活经验和角度出发,产生不同的思考方法。教师应鼓励与尊重学生的独立思考,引导学生进行讨论与交流,培养学生良好的思考习惯和合作意识。鼓励算法多样化,对培养学生的创新意识与创新思维是十分必要的。

3. 关注学生的学习过程

与其他领域相比,实践与综合应用的教学应更加注重学生的学习过程。一般说来,这些内容的教学要注意以下几点:①要有一个比较大的问题,这个问题对学生来说具有进行探索的余地和思考的空间;②学生经历一个收集信息、处理信息和得出结论的过程,学生在此过程中学

会一些探索的方法。

4. 对"实践与综合应用"学习活动的评价应该以质的评估为主

一般说来，对学生实践与综合应用活动的评价要强调过程性评价。在评价学生时，可以让学生开展自评和互评，而不应仅仅局限于教师对学生的评价。评价的内容包括：①能否主动运用数学知识描述并解决实际问题；②是否善于运用多种方法；③对结果有无反思的习惯；④是否积极参与讨论与表达。要注意不要把实践与综合应用的内容作为书面考试的内容，而要更多地关注平时的考察。

思考与练习

1. 试结合你们学校所使用的新课标实验教材，在"数与代数"、"空间与图形"、"统计与概率"、"实践与综合应用"四个内容领域中任选一个领域，谈一谈该领域的内容是怎样设计的，有些什么特点。

2. 根据数学课程标准的精神，联系自己的教学实际，在下列选题中任选一题，写一篇 2500 字左右的教学论文。

(1)如何培养学生的数感？

(2)如何培养学生的符号感？

(3)在"空间与图形"的教学中，如何发展学生的空间观念？

(4)如何培养学生的统计观念？

(5)在数学教学中如何发展学生的应用意识？

(6)新课程标准对于计算教学提倡"算法的多样化"，你在教学中是如何体现的，有什么困惑？

第四章　用新课程理念指导课堂教学

进行新课程小学数学课堂教学,必须要涉及两个方面:教学观念的改变和教学策略的革新。而更新观念是最为重要的,因为任何人做任何事,总有一个观念在支撑着。一位具有辩证唯物主义哲学观的教师,在回答关于世界的看法时,会认为世界是物质的(而不是精神的),物质是运动的(而不是静止的),物质的运动是有规律的,物质的运动遵循对立统一规律、相互联系等规律。这些观念会支配教师的教学行为,使教师在教学中,自觉运用对立统一的观点、联系的观点处理教学内容。更新教学观念,调整教学策略,是适应新课程教学改革的保证。

第一节　几个重要概念

一、数学观

数学观是人们对数学的性质、任务的认识。怎样认识数学?教师的数学观将直接影响教师对待数学和数学教学的态度。当前,教师数学观的研究已成为许多国家和地区研究的一个重要课题。

(一)数学的发展充满了观察、实验、模拟、调控等探索过程

数学科学大体上可以分为基础数学、应用数学、计算数学三个部分,基础数学又称为纯数学,是数学的核心,主要由分析、代数、几何三大分支组成。研究形式推理的数理逻辑和研究随机现象的概率也属于纯数学。应用数学研究现实中具体的数学问题。电子计算机的出现促使计算数学的发展,产生了威力无穷的数学技术,计算机模拟在工程技术、科学各部门都有广泛的应用。人们从实际中提炼问题,抽象化为数学模型,用数学计算出此模型的解或近似解,然后回到现实中去进行检

验，最后编制成解题的软件包，以便得到更广泛、方便的应用。数学在其中的作用，即是用数学的方法表示问题模型，并对它进行计算。计算复杂的数学问题，需要好的方法，所以计算数学迅速发展起来。

正是现代计算工具的出现，使数学同时具备科学和技术的属性，并逐渐渗透到人类社会的各个领域。比如：高深的拓扑理论和遗传工程紧密地联系在一起，经济数学、生物数学等已是一些硕果累累的重要领域。计算机的出现，以其高速、精确的运算能力，惊人的记忆和准确的逻辑判断能力，使数学家的研究方式也发生了重要的改变。数学已不再仅以用纸和笔进行运算和证明表现自己，在"抽象——符号变换——应用"这一数学过程中，充满了观察、实验、合情推理、模型模拟、逐步优化、近似逼近等方式。人们可以据此去解决复杂性和创造性问题。实验、尝试错误、模型模拟已经成为当今数学家和工程技术人员研究数学、应用数学的最常见的策略。

[案例]城市的公共汽车问题：在公共汽车站候车的人时多时少，汽车公司究竟派出多少辆汽车，如何派法，才能使汽车公司增加收入，又使顾客比较满意？这是运筹学的问题。处理这一问题需要确定目标、制订方案、建立模型、确定解法等。解决这一问题需经过实验、尝试错误、模型模拟的过程。

课程标准指出："数学是人们对客观世界的定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论，并进行广泛应用的过程。"这是基于20世纪中叶以来，数学在研究领域、研究方式和应用范围等方面得到空前的拓展而给予数学的新定位。虽然在不同历史时期，关于"数学是什么"有着很不一致的论述，但是用哲学的根本观点来刻画数的本质，数学应有两个方面：一个是形式层面的，即静态的知识；一个是发现层面的，即动态的知识。只有把这两者结合起来，才是完整的数学。

在现代教学环境下，随着计算器、计算机进人课堂，小学生也应通过数学学习活动，体会科学研究的基本方法。课程标准指出："数学活动的内容，要有利于学生主动地观察、实验、猜测、验证、推理与交流等活动。"这种科学方法的训练，将使人终身受益。

[案例]取4个互不相同的数字，组成最大数和最小数，并用最大数

去减最小数,对所得的结果重复上述过程,你会发现什么?(利用计算器)

数学内容的这种选择原则,势必要求教师具有数学的相对真理观:即承认数学是可变的、可纠正的,数学知识是被创造的、被发现的,在认识过程中需要进行观察、实验、归纳、类比和猜测。但是以往实际的教学过程中,不少教师视数学的概念、法则为圣典,严格地运用数学语言,认为数学是精确和严谨的,是数学家发现的数字事实,我们只需学习和掌握,不能容忍学生个体数学经验中"不规范"、"不标准"的知识的存在。

[案例]在求比一个数多几的应用题教学中,"白兔10只,黑兔比白兔多6只,黑兔几只?"老师引导学生分析:黑兔多,白兔少,黑兔的只数由两部分组成:一部分和白兔同样多,一部分比白兔多,用黑兔与白兔同样多的只数加上比白兔多的只数,就是黑兔的只数。如果学生会做但不会如此表述,会被教师认为没有掌握这道题。

用这种严密的数学论证和规范的表达是无可非议的。但这种教学,过分关注单纯的数学事实,就事论事,拘泥于题目本身的分析,没有抓住问题的本质:即"求比10多6的数是多少",不利于学生掌握数学思想方法;过分强调表达的严谨性和规范性,把能否说清道理作为是否掌握知识的惟一标准,忽视学生原有的知识和活动背景,让所有的孩子用同一种方法分析,复制成人的思维方式,不利于学生主动构建知识,不利于学生思维发展。

学生有不同的思维方式。有的善于形象思维,有的善于直觉思维,有的善于逻辑思维。过分强调精确性和严谨性,学生对问题最真实、最直接的理解没有了,观察、尝试、合理推理、建立猜想、实验验证看不到了,把学生定格在书本的世界、科学的世界中,生活的世界消失了。教学也就成了满堂灌和注入式。

(二)数学是关于客观世界的数学化

数学家的研究方式,有一个基本数学过程的循环,即抽象、符号、运用。这一模式与人类的基本认识规律是一致的,H. Frardenthal 称数学化,即数学地组织现实世界的过程。数学的产生与发展本身、数学体系

的建立，就是一个数学化的过程。"数学化"对于学生数学思维和解决问题能力的形成非常重要，如果儿童在低年级学生中，没有能很好地经历"数学化"过程将会导致数学能力发展障碍。现以德国一年级第一册"自然数的认识"为例：

自然数是"一类等价的有限集合的标志"，如何使小学生初步形成关于自然数的概念？分析图4－1，图4－2，我们看到教材有这样几个层次：

(1)构建集合：教材首先指导学生构建集合(将积木按颜色分类，按形状分类)。

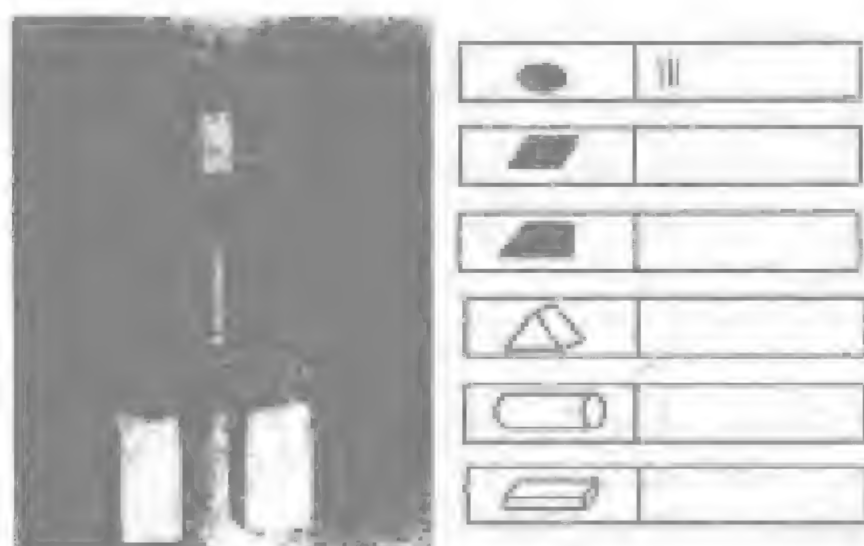


图4－1

(2)建立图像模型：用小棒表示相应集合中对应元素，引导学生从物体数量的角度观察事物，进而形成关于自然数的表象。

(3)建立形式化符号模型：用数字刻画集合中元素的个数。

(4)自然数的应用：用数表达现实生活中事物的多少和顺序。

在这一过程中，逐渐舍去了现实对象的其他无关属性，让学生关注物体数量的多少，感知自然数基数的含义，初步建立起关于自然数的概念。这就是一个数学化的过程。

每个学生不是上学才接触数学，他们在日常生活中会碰到各种数学问题，比如购物活动中，已接触加减法知识。虽然这些数学知识是不正规，不系统的，甚至有的概念是错误的，但却是生动有趣的，是学校数



	||||	4
		1
		3
		2

图 4－2

学知识的必要基础。而数学教学则应促使学生将日常生活和学习中的数学经验作数学化处理，通过观察、比较、类比、归纳，找出其共性和规律，形成数学的抽象与概括，对数学有本质的认识，逐步形成数学化观念。这是数学教学的最高境界。

数学化的对象有两类：一类是现实对象，一类是数学本身。对现实对象数学化的结果是数学概念、定理、公式、法则或解决具体问题的数学模型，对数学本身进行数学化，则可以深化知识，形成不同层次的知识体系或公理体系。学生的"数学化"的过程，就是将学生的数学现实进一步提高、抽象的过程。新教材构建了"问题情景——建立模型——解释与应用"这一基本的教材体系，正是基于使学生体会数学的全过程。

二、教学观

（一）什么是数学教学观

数学教学观是数学教师关于数学教学的本质以及学生数学学习认识过程的一种认识。课程标准指出："数学教学是数学活动的教学"，从建构主义的观点看，活动的基本属性应是：主体参与（前提）、合作交往（本质）、发现探究、问题解决（基本形式）。我国小学数学教育专家周玉仁教授认为，数学学习的本质是学生获取数学知识、形成数学技能和能力的一种思维活动。"思考"是学生数学认识过程的本质特点，是数学

知识的本质特征。所以,数学活动主要是思维活动。教师要创设有助于学生自主学习的情景,根据学生的认知发展水平,从学生已有的知识经验出发,把重视结果的教学转变为重视过程的教学,引导学生进行各种活动,在活动中自主探索,合作交流,积极思考和操作实验,对数学进行再创造。再创造是数学学习活动的灵魂。

[案例]表内乘法复习课(德国教材教法专家弗雷德利博士)

1. 请学生任意报两位数,教师由此组成"数字列车",让学生观察从第一节"数字车厢"到第二节"数字车厢"有什么秘密(图 4－3)?

生:(1)28　　教师:[28]→[16]

(2)15　　教师:[15]→[5]

(3)87　　教师:[87]→[56]

(4)38　　教师:[38]→[24]

师:请仔细观察:从第一节"数字车厢"到第二节"数字车厢"这里有一个秘密,哪位小朋友能发现这个秘密?

2. 基本练习

(1)开数字列车

[98]→[72];[34]→[12];[67]→……

(2)这些数字列车是否还可以继续开下去,为什么?

[28]→[16]→[6]→[×]

[15]→[5]→[×]

[87]→[56]→[30]→[0]→[×]

3. 找出最后一节车厢是 6 的数字列车。我们应该怎么想?(图 4－3)

我们看到,教师利用学生熟悉的事物构造数学情境,激发学生的学习兴趣和好奇心,诱发学生参与教学活动的热情;在教学过程中,以表内乘法知识为载体,引导学生观察、分析、推断,逐步拓展学生的顺向思维、逆向思维、发散思维等,多种思维策略的运用,对学生认知参与提出了较高的要求,学生经历了自主探索,形成良好的思维品质的"过程"。

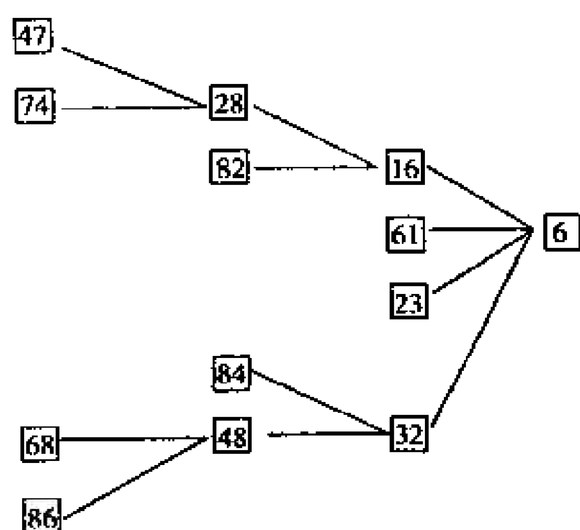


图 4－3

这种学习活动，是一种有别于机械记忆、行为操练的智力活动。在此例中，练习题目梯度的设计，也体现了对不同程度的学生的关注，为不同的学生提供了发展的可能性。

学生的数学思维不能自发地形成，教师的主导作用是不可忽视的。教师在教学中的作用：首先要对各个学习阶段的学生能深入的了解，其次要为学生的学习活动创造良好的环境，最后要使学生学会评价和反思。

三、学生观

（一）培养学生的学习愿望

常言道："与其拉马饮水，不如让其感到口渴。"在教学中着重培养学生学习的愿望，培育学生的学习动力，发展学生的非智力因素，这是有效开展教学的基础。新课程教材为其提供了很好的示范。新课程教材重视激发学生的学习热情，学习素材的选取与呈现方式十分关注数学在学生学习和生活中的应用，使学生在学习中体会到数学的价值，感到数学是有用的、必要的，并在数学学习中体验成功。例如：（图 4－4）

教材通过学生自己选择测量工具和测量方式开展测量活动，真正投入到测量长度的过程中，体会统一测量单位的必要性，这对学生学习兴趣的激发、发现能力和创造能力的培养是有益的。

（二）把学生作为教学的出发点

要把学生作为教学的出发点，把学生的一般发展视为数学教学的首要目标。首先，应处理好教师和教材的关系，不把教材神化。教材仅作为学生学习的起点和素材，而以数学知识为载体所体现的重要的数学思想方法、数学观念、学习活动才应成为教学的主线。在教学中，应体现多样化学习需求，应根据学生知识经验，丰富教材资源。不把教科书所呈现的知识形态作为模本，复制到学生的头脑中。同时，处理好教师和教案的关系，不以完成教案设定的教学任务为目标。例如，在"桌子有多长？"的教学过程中，由于用橡尺测量时使用的不同方法产生了不同的结果，全班产生了很大的意见分歧。同学们分成两派，有的说这种测量结果对，有的说那种测量结果对，争得面红耳赤。此时已临近下课，老师设计的复习环节还没进行。于是老师建议同学们下次课再讨论，继而转入复习。老师的处理方式恰当吗(图 4－4)？

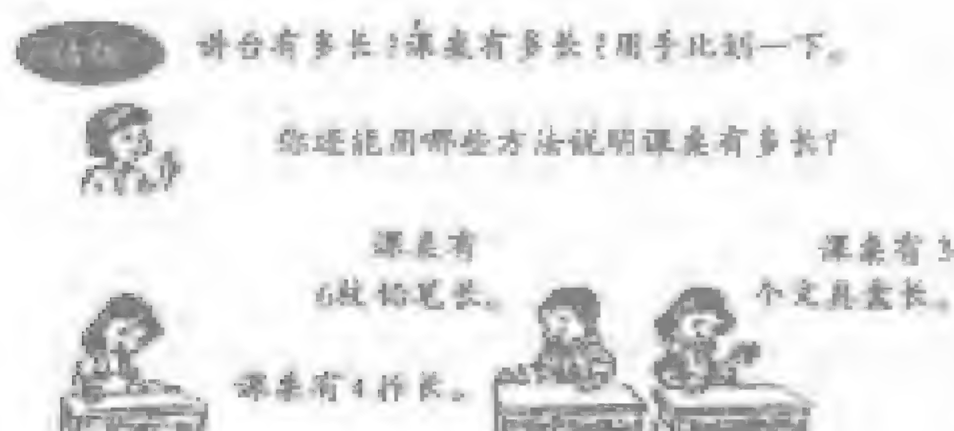


图 4－4

（三）为学生的思考留下充分的空间

新课程注重学生思考，让创新走进课堂。在计算教学中鼓励学生解法多样化；在"空间与图形"的教学中，要求学生能够把握实物与相应的平面图形、几何体与其展开图和三视图之间的相互转换关系，形成学生的空间观念；在"概率与统计"的教学中，提出让学生经历统计活动的全过程：即提出问题、收集数据、整理数据、分析数据、做出决策、进行交流、评价和改进等。所以，在教学过程中，应为学生留下足够的时间，使

学生经历知识的发生发展过程，让学生真正成为课堂上的主人，促进学生的个性化发展。

第二节　数学课堂教学目标

在新的教学理念指导下实施课堂教学，首先要按照课程标准给出的课程目标和内容标准，针对学生的实际情况，在全面思考的基础上科学地制定教学目标，明确陈述目标，并通过教学活动落实课程标准提出的要求。

一、教学目标的叙述内容

《基础教育课程改革纲要(试行)》提出了各学科学习的三维目标：知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观。在课程标准中，以上目标被细化为四个方面，即“知识与技能、数学思考解决问题、情感与态度”。这四个方面是一个有机的整体，“数学思考、解决问题、情感与态度”目标的实现是通过数学学习的过程来完成的，而数学知识技能的学习要有利于其他三个目标的实现。它反映出新的数学课程理念：即数学教学不仅只是让学生掌握数学的基础知识、基本技能和方法，而且要使学生不畏惧数学，会用数学、“做数学”，通过数学学习，使学生得到全面发展。

事实上，在学生掌握了必要的基础知识和基本技能后，在数学思考、解决问题、情感与态度等方面的发展，比单纯在知识与技能方面的发展更为重要，因为随着社会科学技术的发展，数学的“基础知识”和“基本技能”也会有所变化，而数学的思想和方法、对科学的态度等，将是人终身发展的基础。所以，在课堂教学目标的设计中，应将以上四个方面同时作为我们的教学目标。

二、教学目标的陈述方式

教学目标是教学活动预期达到的结果，主要描述学生通过学习后可能产生的行为变化。它表现为对学生学习成果及终结行为的具体描述。由于课程标准把教学目标细化为四个方面，因此，对学习水平的陈

述，是按结果性目标和体验性或表现性目标这两类方式进行陈述的。教学目标中关于行为的表述，应该是教学目标的最基本的部分。学习目标是否明确，就是看表述的行为是不是明确。而一个明确的行为，主要是看表述的行为动词是不是明确。课程标准对每一个行为动词进行了界定。

（一）结果性目标

结果性目标明确告诉人们学生的学习结果。主要应用于"知识与技能"领域，所采用的行为动词要求明确、可测量、可评价。课程标准采用了"了解（认识）、理解、掌握、灵活运用"等特定的行为动词来刻画，用于表现对学生学习的不同要求。

比如，了解（认识）——能从具体事例中，知道或能举例说明对象的有关特征（或意义）；能根据对象的特征，从具体情景中辨认出这一对象。与其相关的教学用语可以是"说出、背诵、辨认、回忆、选出、举例、列举、复述、描述、识别、再认"等。

课程标准在第一学段"空间与图形"中要求"辨认长方形、正方形、三角形、平行四边形、圆等简单图形"。"辨认"的含义应包括以下几个方面：

（1）能描述图形的边（数量、特点）、角（数量、形状）等；

（2）能说出图形的名称；

（3）能根据图形的名称从一堆图形中找到相应的图形；

（4）能说出生活中呈长方形、正方形等形状的物品。

值得注意的是，并不是在学习每一个数学知识时都要达到以上动词所刻画的四级水平，而且有些知识在不同的阶段有不同要求。比如"正方形、长方形"知识，课程标准在第一学段中，要求能"辨认"它们是什么图形；在第二学段中，要求能"认识"上述图形，这都属于"了解"的水平；而在第三学段的学习中，才要求"理解"或"掌握"图形的概念和性质。

（二）体验性或表现性目标

体验性或表现性目标描述学生自己的心理感受，主要应用于"过程与方法"、"情感与态度"这种无须结果化或难以结果化的课程目标，课

程标准称之为过程性目标。将“过程”本身作为目标，这是课程标准的重要特点之一。它表明在数学学习中，必须要让学生在数学活动中去“经历——过程”。包括学生参与的过程、学习思考的过程、师生互动的过程等。课程标准对过程性目标，使用了“经历(感受)、体验(体会)、探索”等刻画不同学习水平的行为动词。

比如，经历(感受)——在特定的数学活动中，获得一些初步的经验。与之等价的数学用语有：感受、参加、参与、尝试、寻找、讨论、交流、合作、分享、体验等。

课程标准要求在第一学段“对数据的收集、整理、描述和分析过程有所体验”。“体验”的含义即是：针对教师提出的涉及统计且需要合作才能回答的问题，体会统计的必要性；思考统计的具体方法；对统计的结果进行表达和交流，进而解决教师提出的问题。上述过程包含有统计的几个重要环节，但并不要求学生严格地区分这些环节。

在教学目标的陈述中，应注意体现四个基本要素：行为主体、行为动词、行为条件、表现程度。一条教学目标中，行为的表述是组成目标的基本要素，不能省略。对象、条件和表现程度是可选择的部分，可以根据需要给予说明。

由于课程标准的检验是评价学生的学习结果，而不是评价教师是否完成某一教学任务，所以在教学目标的陈述中，行为主体应是学生，“使学生……”、“培养学生……”这种陈述方式是不符合陈述要求的。行为条件是指影响学生产生学习结果的特定的限制或约束因素。表现程度通常是指学生学习之后预期达到的最低表现水平，用以评价学习表现或学习结果所达到的程度。

[案例] 运行图(浙江省金华师范附小唐彩斌)

1. 了解“运行图”的基本结构，能看懂“运行图”，知道“运行图”在生活中的意义。(知识与技能目标)

2. 能根据“运行图”推测出生活事件的发生和发展，初步培养对“运行图”信息的获取、加工、应用、分析等能力。(过程与方法目标)

3. 体验运用数学思维方式解决生活问题的合理性，并结合素材进行思想品德教育。(情感与态度目标)

第三节　新课程理念下的数学课堂教学设计

所谓教学策略，即指在新课程教育理念指导下，按照教学目标，对教材呈现方式、教与学的活动方式、教学的程序安排、教学传媒运用等进行综合考虑，以解决课堂教学问题的谋略。应该说，国内外的教育家和教育工作者，创立了多种不同的教学模式，比如，发现教学法、探究教学法、程序教学法、范例教学法、尝试教学法等，这些无疑是一些可资借鉴的教学活动的流程。当然，数学教学不可能有一种固定的教学方式，采用哪些教学方法必须根据教学内容和学生的实际情况、教师本身的经验和能力来决定。学习和研究教学策略对于适应新课程改革，具有重要的意义。我们讨论以下几种教学策略。

一、基于思维加工的设计

(一)指导思想

数学学习的本质是思维。数学思维过程是人脑对外部的数学信息的接受、分析、选择、加工和整合的过程，是一个从外部感知到内化的交互作用的过程。这一过程反映两个方面的问题：一方面，数学思维是主体将外部材料转化为内部材料的过程；另一方面，内部材料在经常得到恰当的使用过程中，逐渐使主体的认知结构得到完善和发展。教学活动过程即引导学生积极地、有效地提取可利用知识、经验，主动建构知识，促使思维优化的过程。

(二)操作框架

创设情景，激起学习“需要——思维加工与认知重组——提供反馈与修正——提供技能运用”的迁移情景，促进知识迁移。

[案例1]　十几减九(一年级)

一、新、旧教材的对比

原九年制义务教育教材提供的解题策略：利用减法的重义直接计算(想加算减)。

原教材内容的呈现方式：示范讲解——练习巩面。教材十分注意

其示范性，其数学科学依据是减法的定义，其心理学依据是学习的迁移规律。原教材也注意到将抽象的知识进行初等化处理，即让学生通过观察、操作，内化为心智技能，并通过反复的训练，达到算法熟练化。但问题在于：有的孩子不会加法，所以减法也就不会了，并且提供的材料的探索空间较小，在学生操作过程中，验证性成分多于探究性成分。

义务教育课程标准实验教材（北京师范大学出版社）提供的解题策略有想加算减、破十法、连减法、退十加补等。由于教材变得具有开放性和探索性，使原来教材中供老师解释和分析的材料转化为供学生讨论和探索的材料。为学生利用已有的经验加工信息留下了空间，为学生的交流提供了可能。

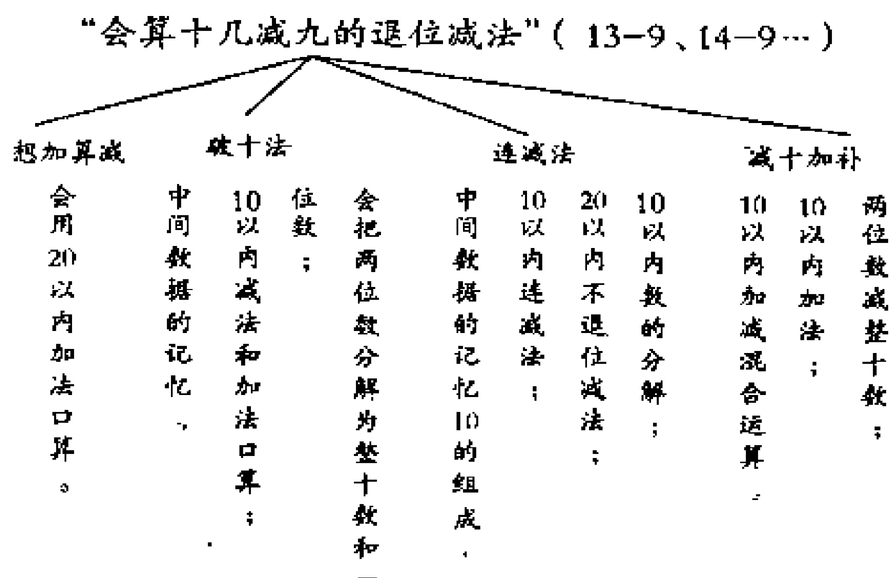


图 4－5

二、学生的知识学习结构层级分析（图 4－5）

显然，学生能采用什么口算方法，取决于其自身的数学经验。不同知识积累的学生，解决问题的方法是不一样的。教师应为不同的学生提供有利于调用已有知识加工信息、获取新知识的环境。

三、教学过程

（一）创设情景，学生提出问题

1．观察情景 1

2．观察情景 2

3．揭示课题(以上过程略)

(二)小组合作探究，解决问题

1．探究学习 15－9 的计算方法

(1)学生自主探究

师：怎样计算 15－9？下面请你们独立思考，想办法进行计算，也可以用学具摆一摆，看谁的方法算得又对又快。

教师巡视。

(2)小组讨论交流计算方法，教师巡视

师：看来同学们都有自己的计算方法，请你们先在小组内交流一下，然后每一个小组派一名代表介绍你们组的好方法。

(3)全班汇报交流

学生汇报时，教师有选择地板书，例如：

①因为 9＋6＝15，所以 15－9＝6(想加法算减法)

②10－9＝1，5＋1＝6(破十法)

③15－5＝10，10－4＝6，0＋6＝6(连减)

④15－10＋1＝6

师：计算 15－9 时，同学们想出了这么多方法，那你们最喜欢哪种方法？先在小组内交流一下，你们认为哪种方法最好？

2．小组讨论交流

(1)学生小组讨论，教师巡视

(2)学生汇报

学生汇报喜欢的方法时，教师问为什么喜欢这种方法。

(3)师小结(结合板书的方法)

师：通过同学们的交流，老师知道了，不少同学喜欢用以前学过的加法和减法；有的同学喜欢用 10－9＝1，1＋4＝5；有的同学喜欢用 15－10＝5，5＋1＝6；有的同学喜欢用 15－5＝10，10－4＝6。这些方法都正确，那你能用自己喜欢的方法解这几道题吗？

3．迁移练习

(1)小组先交流解决 16－9，12－9，14－9，有困难的可以借助学具想一想。

(2)让个别学生回答，教师板书得数，并让学生说说自己的想法。

(3)"你还知道哪些十几减9的算式？"学生回答后，教师板书算式，并让学生说说自己的想法(11－9＝2，12－9＝3，17－9＝8，18－9＝9)。

然后同桌相互说说这四道题自己是怎样想的。

师：通过刚才的计算，现在你最喜欢哪种方法？

(个别回答)看来对于十几减9的题，同学们都有自己喜欢的方法。

(三)巩固练习(略)

(四)小结(略)

教学过程：(方案二)

(教学片段)

师：(上课一开始，教师出示算式：17－9)根据算式，你能编题吗？

生：有17只杯子，拿走9只，还剩多少只？

生：超市里有17只杯子，阿姨买走9只，还剩多少只？

师：(拿出一个内装10个小球的盒子，外加7个小球)好！编得真好！下面谁会当小顾客来表演买走9只杯子呢？

生：(高兴地走上讲台)老师，我能把盒子打开吗？

师：你为什么要打开盒子呢？

生：因为这外面的7只杯子要拿走9只，不够拿。所以从盒子里的10只中去拿。

师：大家同意他打开盒子吗？好吧！你就打开盒子拿吧！

生：两只手我拿不了，给我一个塑料袋吧！

师：好！你怎么装？

生：把7只杯子先放在袋子里，再在盒子里拿2只，我就可以拿走9只杯子了。

师：是个好办法！可是，有一次超市里的塑料袋刚好用完了。还有其他办法吗？

生：那个纸盒可以拿走吗？

师：行。谁能一次把9只杯子拿走，纸盒就可以送给他。

(一学生上来把盒子中1只杯子拿出来，把其余9只杯子连同纸盒拿走了)

师：好，杯子买完了。现在大家想一想，17－9怎么算？

生：从17里面去掉7，剩下10，再去掉2，就得8。(17－7－2＝8)

生：从10里面去掉9，剩下1，再与7加起来，就得8。(10－9＋7＝8)

师：真聪明！请同学们想想买东西的过程，然后看下面这几道题，你们一定能想出得数，并能告诉大家你是怎么想的。

(学生交流……)

在以上案例中，没有作丝丝入扣的问题设计，而只是给学生活动导向，让学生自己探求、选择解决问题的策略，通过自己观察、操作，主动构建知识。教师安排了三个层次：

第一层：教师出示学习材料，由学生自主探究，利用自己已有的知识、操作经验，选择解决问题的策略，经历算法形成的过程，体现了算法多样化的要求。

第二层：组织学生相互交流，相互讨论，对问题解决策略进行评价。

第三层：利用自己喜欢的方法解决十几减九的其他问题。逐渐形成属于自己的程序性知识。

许多认知主义心理学家认为，从教学设计的角度考虑，知识的类型可以分为陈述性知识、程序性知识、策略性知识三大类。口算在知识的分类中属于程序性知识。程序性知识是个人具有的有关"怎么办"的知识，程序性知识主要涉及概念和规则的应用，也就是对事物进行分类和一系列运算或操作。教学设计的一个关键的问题，是如何使学生将头脑中的陈述性知识转化为程序性知识，即将已有的概念、原理、定律、法则等命题性知识转化为技能。

在教学过程中，教师留给了学生加工信息的时间，学生利用学具操作策略，提取头脑中已有知识，对面临的新的计算问题进行图像性表征——利用小棒来表示运算，使学生把内在的知识或学习的过程外化。学生结合自身已有的计算和操作经验，通过观察、分析、归纳、整理，建立起关于"十几减九"的运算表象，进而抽象概括，生成属于自己的关于"十几减九"的解题策略。

学生的交流是在经过自己思考以后开始的，这和以往的讨论有所

不同。交流给学生提供了解释和评价他们自己思维过程的机会，也提供了反思自己的学习机会，使学生通过交流去构建对数学的理解，体现了学习的自主性。学生在学习时，其注意力在陈述性知识、程序性知识和策略性知识之间的转换；在解决问题时，不仅要注意到加工材料，也要注意其加工的过程和方法，并提炼出解题策略。所以，学生获得的不仅是知识的本身，而且通过分析综合等认知加工，经历了问题解决策略化的过程。

教师采取的引导学生进行思维加工的措施：①适当提示学生用已有的数学现实和已有的策略解决问题，并尽可能创造机会激励学生在各种情景中去应用这些策略，使策略由外部监控转化为内部自我调控。②留给学生运用策略寻求解决问题的时间，并组织讨论和反馈评价，使学生在交流中完成知识的学习。

对低年级的学生来说，在形成知识的过程中，美国著名教育家彭特等人比较反对一开始就进行单纯的符号训练，认为第一年中用学具很重要，有助于拓展思考空间，他们认为，用学具辅助学习虽然看起来比较低效，但是发展小学生数学思维的基本途径。

通过操作，可以促进学生建立运算的表象，体会运算的本质，培养数感，习得操作策略，培养创新能力。随着学生年龄和认知水平的不同，解决问题的策略可以逐步复杂。

[案例2]　生活中的轴对称图形(教学过程)

一、感知与体验

1. 操作感知

(1)通过剪窗花初步感知“对称”

……

师：老师现场采访同学，请你边剪边介绍。

生：我将一张正方形的纸对折，对折，再对折，这样对折三次，再开始剪自己喜爱的图案。

师：为什么你要对折，对折，再对折？

生：因为——我也不大清楚。

生：我想大概是——

师:看来,剪纸中还大有学问,可能还和数学有关。今天就让我们边剪纸边讨论"剪纸中的数学问题"。(板书课题:剪纸中的数学问题)

师:让我们回过头来,看一看谁剪的窗花最美?

生1:我觉得沈一竟剪的窗花很美,线条流畅。

生2:我觉得潘佳颖剪得也不错,图案给人一种协调、优美的感觉。

生3:我认为他们都剪得很漂亮。老师,您认为呢?

师:我觉得各有特色。但它们都有一个共同的特点。

生:这些窗花都对称!

板书:对称。

(2)列举生活中的"对称"

2. 理解新知

(1)通过游戏,理解"轴对称图形"概念

师:我们来做一个小游戏,这是对折后的图形,你们能猜出它是什么吗?(出示松树、衣服、蝴蝶的图形)

师:你们是怎么猜出来的?

生1:这些图形都是沿着一条直线对折。

生2:这些图形左右两边都是对称的。

生3:这些图形的两侧正好能够完全重合。

生4:我觉得这些图形都是沿着一条直线对折以后,图形的两边能够完全一样。(电脑演示)

(2)提示课题

师:像这样的对称还有一个专门的名称叫轴对称图形,中间的一条直线叫对称轴。

板书:轴对称图形。

(3)理解对称轴

师:书上四张图如蝴蝶和双喜是不是轴对称图形?两位同学互相找一找对称轴,注意对称轴用什么线表示?(点画线)

(4)质疑

师:书上内容你们懂了吗?还有什么问题?

生:(略)

二、探索与发现

1. 引导学生发现在日常生活中的轴对称图形

师:其实在生活中具有轴对称特性的物体很多很多,只要细心观察就会发现。下面我们以小组为单位,根据屏幕中的指示去找一找。(电脑演示)

(学生活动)

生1:我们小组在教室中发现的风筝、开主题班会用的面具,都具有对称性;我发现连树叶也是对称的。

生2:我们小组发现阿拉伯数字0~9中,0和8是轴对称,对称轴在这儿。(这里是印刷体,一般书写不是轴对称图形。)

生3:我们小组也发现英文字母中,A…都是轴对称图形。

生4:我们小组也想说一说。瞧,我们的汉字中也有一些是轴对称图形。如:中、田。

生5:京剧脸谱是我国的艺术瑰宝,它们当中有一些也是轴对称脸形。它们的对称轴是鼻子中线的延长线。

2. 引导学生探索平面图形中的轴对称图形及对称轴

师:在我们已学过的平面图形中有许多是轴对称图形(拿出信封中的图形),找一找哪些是轴对称图形,把它们摆在小黑板上。哪些不是?(学生活动)

师:为什么不是轴对称图形?

生:我来解释。我们小组经过这样对折,再这样折,无论怎么折,左右图形都不重合,找不到它的对称轴,所以不是轴对称图形。

生:老师,如果这样剪下来再转一个方向的话就对称了。

师:这就说明可能这也是一种对称图形,只不过不是轴对称图形,那么是什么对称呢?这是我们以后要学习的。

……

三、创造与开放

利用折剪轴对称图形,巩固本课知识并在小组合作中创造一幅剪纸画使学生得到审美教育,并在小组活动中体验到成功的喜悦。

……

几何图形和它的性质是从现实世界的物体中抽象出来的。而现实世界的物体是运动变化的，所以，几何图形的位置、形状和大小也是变化的。几何变换（平移、旋转、轴对称、放大、缩小）是实现这种变换的重要手段。课程标准中加强了图形与变换的内容，将运动的观点注入到图形认识之中。本节教学的内容属于几何变换的内容。本教材的知识是"对称"概念的教学。教学中，学生首先要掌握陈述性知识。所谓陈述性知识，是指学生能有意识回忆出来的数学知识，如数学概念的名称、数学符号、数学命题以及对数学事实的具体描述等。陈述性知识主要由命题的形式在头脑中表征。教学设计的重点，是激发对知识的"悟性"，促使学生对知识的理解。

在此案例中，教师通过剪窗花的活动，引导学生观察图形特点并提出问题："为什么要对折?"——把生活中的问题转化为数学研究的对象。这里，情景问题与传统的数学课本例子有相同之处，都用来作为引入数学概念和理解数学方法的基础。二者的区别在于，传统的数学课本一般都按照科学体系展开，不重视学生自己非正规的数学知识的应用，不重视将学生的常识、经验性的知识派上用场。而这里的情景问题是直观的和容易引起想像的数学问题，数学问题包含在学生熟悉的事物和具体的情景中。

教学中，教师重视从生活原形中、从学生的操作活动中抽象出数学知识，通过"生活原形（窗花）——现实模型（几个简化了的特殊的图形：松树、衣服、蝴蝶，突出图形对称的特点）——数学模型（对称概念）——解释与应用"这一过程，使学生经历了对概念的"初步感知——形成表象——抽象概括——应用"的过程，也就是使学生经历了数学化的过程。引导学生对思维材料进行加工，构建属于自己的知识。

在引导学生画轴对称图形的对称轴时，如果设计一个在格子图上画一个与已知图形对称的图形，作图时，学生可以把已知图形的顶点找出来，分别做出其对称点，再将这些对称点连接起来，得到对称图形。这种练习，学生能更好地认识对称本质并获得图形"运动"的体验。到高年级则可以较好地借助变换的知识探究图形运动与坐标之间的关系。

通过教学活动,学生知道数学知识从哪儿来的,是怎么生成的,在现实生活中怎么运用,知道了知识的价值。引导学生经历了知识构建的全过程。同时,教师的角色变了,是学生学习的引导者、合作者、参与者:

(1)为不同层次的孩子提供参与学习的材料,让学生找出日常生活中具有轴对称的图形:很直观的实物——风筝,不很直观的实物——汉字、字母等,使每一层次的同学都能获得成功。

(2)重视引导学生思考问题,凡是学生能发现的教师绝不代替,凡是学生能独立发现的教师绝不暗示。

四、基于"活动—操作"的设计

(一)指导思想

学习是学生自主的一种意义建构,知识的获得及心智技能的形成,是由动作、结构和活动结构逐步内化的,学生的发展有三条途径:观察、操作、思考。通过学生的动手操作,活动参与,主动获取知识,并经由心智技能的掌握而促进智能的发展。

(二)操作框架

建立学习目标,通过"参与实践活动——进行实际操作——分析活动结果——概括学习所得——反思"的活动过程,促进学习迁移。

[案例] 认识图形

1. 新、旧教材对比

原九年制义务教育教材:直接通过引导学生对具有所学的平面图形形状的事物手帕、照片等的观察,抽象出平面图形。练习内容比较单调,呈现方式过于机械,不利于学生空间观念的形成。

义务教育课程标准实验教材(北京师范大学出版社)体现了从立体到平面的设计思路,并注意:(1)让学生将实物的面用印泥印、在沙上印、动手画等方式把平面图形表示出来,体会面与体之间的关系。并通过活动操作,形成平面图形的表象,了解基本图形中元素间的关系(三角形有三条边、长方形有四条边,感知角的个数、形状等);(2)建立图形和相应名称的对应关系,运用概念辨析实物;(3)由面想象体,逆向体会面与体之间的关系;(4)练习从比较复杂的平面图形中分解出简单图

形。这样设计，体现了课程标准中对培养学生空间观念的要求。

课程标准中对空间观念的描述是“能由实物的形状想像出几何图形，由几何图形想像出实物的形状，进行几何体与平面视图、展开图之间的转化；能根据条件做出立体图形模型或画出图形；能从较复杂的图形中分解出基本的图形，并能分析其中的基本元素及其关系；能描述实物或几何图形的运动和变化；能采用适当的方式描述物体间的位置关系；能运用图形形象地描述问题，利用直观来进行思考”。

2. 学生知识学习结构层次(图 4－6)

认识平面图形

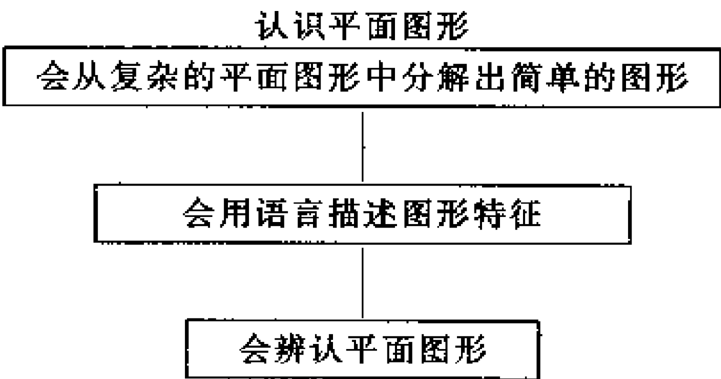


图 4－6

3. 教学目的

(1)初步认识长方形、正方形、三角形和圆；并能辨认长方形、正方形、三角形和圆。

(2)通过观察、操作活动，经历从现实生活空间中抽象出图形的过程，体会面在体上。

(3)培养主动探索的精神。

4. 教学过程

教具：
1. 长方体、正方体、圆柱的模型
2. 长方形、正方形、三角形、圆的图形卡片
学具：
四种平面图形的各种常见的物品

时间(分钟)	教学过程	设计意图
2	一、创设情境导入 1. 复习旧知：同学们，我们以前学过的立体图形都有哪些啊？（学生在回答时，教师拿出长方体、正方体、圆柱的模型） 2. 教师导言：同学们，这些立体图形都是由一些平面图形围成的，你们想不想认识这些平面图形呢？今天我们就一起来认识四种平面图形。	复习立体图形的名称和样子，为学习平面图形打下基础，并让学生明确立体图形是由平面图形构成的，明确两者之间的关系。
2 3 4	二、新授 （一）认识四种平面图形（摸一摸，认一认） 1. 学生拿出准备好的小物体，如：积木、小盒子、印章…… 教师：同学们，你们准备的这些物体都是由什么图形围成的？你们在小组内相互说一说，看看谁说的准，说的多。 2. 小组交流 每个学生都说说自己带来的物体是由哪些图形围成的，其他的学生可以补充。 3. 班级汇报 学生拿着自己的物体上来汇报，边指物体边说图形的名称。 如：一块长方体的积木，学生说这个长方体的积木是由六个长方形围成的，每个面都叫长方形，依此类推，学生在每个物体中分别找出正方形、圆、三角形。	通过学生从平日生活中的小物体里找到要学习的平面图形，从面感知这些图形的名称和样子。 用“摸、看、说、描、写”等动手实践，进一步感知这四种平面图形的特征。 在小组交流合作的基础上，学生对图形有了进一步的了解，面且加强他们之间的合作意识。

续表

时间（分钟）	教学过程	设计意图
	(二)掌握四种平面图形的特征(画一画,说一说)	
	1. 小组合作学习 由组长负责,每个学生分工在图画纸上画出长方形、正方形、三角形、圆。看哪个小组画得又快又好。	
	2. 学生操作	
	3. 小组汇报	
1	(1)以小组的形式汇报,每个学生都说说自己画的图形的名称和样子。	
3	(2)其他小组的同学可以补充、纠正。	
	(3)评选出画得好的作品贴在黑板上。	学生能用自己的话说出来图形的特征即可。
3	4. 说一说这四种平面图形的特征,学生上黑板边指边说它们都有什么特点。	
2	长方形:两条对边相等	
	正方形:四条边都相等	
2	三角形:由三条边组成的图形,还有三个角	
	圆:没有角,用一条边围成的环形	
1	(三)回忆生活中的图形(想一想,说一说)	
2	1. 生活中你看到了哪些平面图形?	让学生说出生活中常见的平面图形,既让学生知道数学知识来源于生活实际,又让他们感知学习数学知识可以用于生活中。
	2. 学生回答 教室门的一面是长方形,课桌面是长方形,电视塔的一面是三角形,西瓜切开后的一面是圆形……	
	3. 教师小结:同学们,生活中时时处处都有这些平面图形,我们一定要做生活中的有心人,发现它们,正确地认识它们,增长自己的知识。	

续表

时间(分钟)	教学过程	设计意图
2 2 2 3	三、巩固练习 1. 说一说：指认交通标志，并说说它们是什么形状。 2. 连一连：见书，指出相应的图形，并连起来。 3. 涂一涂：看谁涂得又快又准确。 4. 数一数：见书，图中有多少个三角形，有多少个正方形？ 5. 小游戏：教师拿出一些物体让学生闭着眼睛摸一摸，说说你摸的物体的面是什么图形，看谁摸得准、猜得对。	所有的练习都是为了使数学知识与生活紧密联系，从实物抽象出形状，提高学生应用数学的能力。
1	四、课堂小结 你今天学习了什么？你有什么收获？	用激励性的语言，激发学生的学习热情和参与意识。

以上案例，教师积极提供条件让学生活动。“动手做”是儿童非常重要的活动形式。弗来登塔尔认为，学习活动最好的方法是做，通过做”，把静态的知识变为动态的知识。“动手做”也是国内外数学教育研究的热点话题。“动手做”有以下特点：

(1)动手实践，从生活中取材。

(2)主动学习，听过的会忘记，看过的能记住，做过的才能学会。

(3)不仅强调知识学习，还强调学习方法、思维方法、学习态度的培养。

(4)提供合作交流。

(5)有一个主题。

五、基于探究性学习的设计

(一)探究式学习的基本特征

探究，指学生构建知识，形成科学观念，领悟科学研究方法的各种活动，探究式学习应有以下几个特征：

(1)问题。什么是“问题”？一般地说，问题是一种状态，这种状态

要求人们去完成一个任务，而对于这个任务，由于经验所限，没有一个现成的可供使用的完成任务的策略。教材中的“习题”一般都是“常规问题”，因为学生可以从已学的类似题型中找到解决的方法。

一个好问题应具有这样几个特点：①本身具有趣味，能激发学生的探索欲望，能激活学生已有的经验和知识，调动已形成的策略和模式。②问题的解答中包含着明显的相关概念或技巧。比如“如何估计一张报纸上的字数?”学生解答时要用到“对称”、“等量代换”、“乘法”等知识。③问题有多种解法，或有多种解答方案，各种解法涉及不同分支或领域。④问题可以加以推广。

(2)假设。根据已有的知识和经验做出假说或猜想。

(3)证据。学生针对问题收集事实证据。(在课堂探究中，学生要收集对科学现象做出解释的证据)

(4)解释。学生从证据出发形成解释。(将收集的证据进行筛选、归类、统计和列表分析等，并运用已有的知识得出符合证据的结论，对问题做出科学的解释)

(5)评价。对结论的可靠性做出评价(比较各自的结果，或与教材提供的结论相比较，以检查自已提出的结论是否正确)。

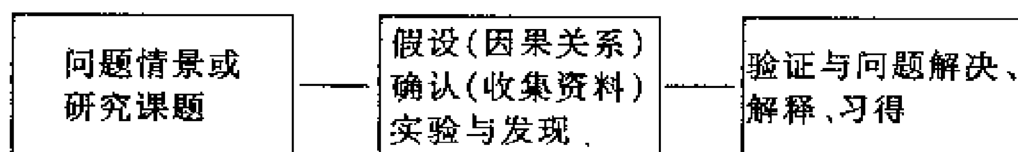
(6)交流。学生阐述和论证自己的解释。(公布解释，使别人有机会质疑、挑问题，最终与自已的解释结合)

探究式教学不一定要包含上述全部基本特征。在学生掌握知识内容有明确目标要求的课堂教学中，要按上述六个方面的特征去组织六个方面的活动是不容易的，也没有必要追求这样的境界。但是，不能缺少能起核心要素作用的探究性活动内容。这一核心的要素就是建立假说，因为它能让我们确定证据、收集方向。要实施真正意义上的探究式学习，不能省掉假说这一环节。

(二)指导思想

最有利于学生发展的学习，是提供各种机会，创造各种条件让学生自已去尝试与探索，使之重新“发现”某种规律性的东西——概念、规则、原理等。

(三)操作框架



[案例] 商不变的性质(片段)

1. 提问

师:看到这个课题,你想提些什么问题呢?

生1:学了商不变的性质有什么用?

生2:什么是商不变的性质?

生3:为什么商不变?

生4:在什么情况下商不变?

生5:既然是商不变,那一定在除法里,除法里还有被除数和除数,那么被除数和除数怎么变?

生6:和以前学的知识有什么联系?

生7:难学不难学?

根据学生提问,教师板书如下:

(1)什么是商不变的性质?

(2)在什么条件下商不变?被除数和除数怎样变,商不变?

(3)学习商不变的性质有什么作用?

3. 组织探究活动

(1)大胆猜想

师:大家提的问题都很好,今天我们就来研究这些问题。我们先来看第二个问题,谁能大胆地猜想一下,到底在什么条件下商不变?也就是说,被除数和除数怎样变,商才不变呢?

生1:我猜想被除数和除数同时加上相同的数,它们的商不变,加上不相同的数,商肯定会变。(板书:同时加上)

生2:我想被除数和除数同时减去一个相同的数,它们的商不变。

师:噢,你猜想的是同时减去。(板书:同时减去)

生3:我猜想被除数和除数同时乘以相同的数,商不变。(板书:同时乘以)

生4:我猜想被除数和除数同时除以相同的数,商不变。(板书:同

时除以）

师：大家说得很好，都有自己的想法，下面我们就以 $16\div8=2$ 为例（板书），大家小组合作，分别举例来验证这种种猜想，看看究竟在什么条件下，商是不变的。开始。

(2)验证猜想

师：哪个小组先交流被除数和除数同时乘以相同的数这种情况？

生 1：$(16\times2)\div(8\times2)=2$

生 1：$(16\times3)\div(8\times3)=2$

生 1：$(16\times10)\div(8\times10)=2$

生 1：$(16\times5)\div(8\times5)=2$

生 5：……

师：大家还有很多例子，我们不再往下写，用……表示还有很多。

师：大家观察以上这些算式，验证的结果怎样？

生：商不变，什么在变？

生：被除数和除数在变。

师：被除数和除数怎样变化，商不变？

生 1：被除数和除数同时乘以一个数，它们的商不变。

师：（见不少学生欲发言）谁还想来说一说？

生 2：被除数和除数同时乘以一个相同的数，它们的商不变。（板书：商不变）

师：好，对于被除数和除数同时乘以相同的数，我们得出的结论是商不变。被除数和除数同时除以相同的数，商又是怎样的？谁来交流你们小组讨的情况？

生：$(16\div2)\div(8\div2)=2$

$(16\div4)\div(8\div3)=2$

$(16\div8)\div(8\div8)=2$

$(16\div1)\div(8\div1)=2$

师：别的小组验证的情况怎样？

（生回答，师用省略号表示）

师：观察这些算式，验证的结果商怎样？

生：商不变。（齐说）

师：商不变，什么在变，怎么变化的？

生1：被除数和除数同时除以一个相同的数，它们的商不变。

生2：……（相类似）

师：现在谁能把商不变的这两种情况连起来说一说？

生：被除数和除数同时乘以或者同时除以相同的数，它们的商不变。

教师露出赞赏的表情，板书：或者。

生：（重复一次）

师：刚才已经验证了两种猜想，而且都得到了肯定，我们继续验证下去，（指着"同时加上"）这种情况谁来举例？

生1：$(16+3)\div(8+3)=1\cdots8$

生2：$(16+10)\div(8+10)=1\cdots8$

生3：$(16+5)\div(8+5)=1\cdots8$

生4：……

师：观察这些算式，验证的结果怎样？

生：不变。（生以为都是$1\cdots8$，所以说不变）

师：我们把这些算式与$16\div8=2$比较，所得的商怎样了？

生：变了。（板书：商变了）

师：说明什么呢？

生：被除数和除数同时加上一个相同的数，它们的商变了。

师：那说明这种猜想不能成立，我们接下去验证最后一种情况。谁来交流？

生1：$(16-3)\div(8-3)=2\cdots3$

生2：$(16-2)\div(8-2)=2\cdots3$

生3：$(16-4)\div(8-4)=3$

生4：$(16-6)\div(8-6)=5$

师：验证的结果怎样？

生：商也变了。

师：在什么情况下商变了？

生：被除数和除数同时减去一个相同的数，商会变的。

师：验证的结果说明什么？

生：被除数和除数只有在同时乘以或者同时除以相同的数的时候，商才不变。

师：（指向第2个问题）现在谁能回答第2个问题？

生：被除数和除数同时乘以或者同时除以相同的数，它们的商不变。

师：说得真好，现在大家对于商不变的条件还有没有问题？

生：老师，我觉得这个相同数，零应该除外。

师：为什么？

生：零不能作除数。

师：对啊！那乘以零是可以的吗？

生：不可以，乘了零，除数得零，还是要作除数的。

师：太好了！你们发现了关键问题，老师要向你们学习。

师：现在咱们来完整地回答第2个问题。

生：被除数和除数同时乘以或者除以相同的数（零除外），它们的商不变。

3．原理内化

师：请大家轻声朗读一遍，再一次体会并理解商不变的性质。

师：你在体会的同时，觉得要提醒大家些什么吗？

生1：我觉得"零除外"很重要。

生2：我觉得"同时"两字很重要。

生3：我觉得要乘以或除以相同的数，而不是不同的数。

（老师分别在同时、相同、零除外下面用红笔画圈）

师：大家理解得真好，下面我们一起来完成有关练习。

（1）独立练习；（2）辨析练习；（3）发展练习。（练习题略）

在教学中，教师指导学生经历了一次发现的过程：

（1）让学生面对问题。"看到这个课题，你想提些什么问题？"通过提出令人产生疑问的问题，引起学生的认知冲突，产生解决问题的欲望，激发学生解决问题的冲动。在学生形成的关于该问题的多种原始

想法中，教师引导学生筛选出关键的问题：

①什么是商不变的性质？

②在什么情况下商不变？被除数和除数怎样变，商不变？

③学习商不变的性质有什么用途？

(2)建立假说。将学生的注意力聚焦，作为后继探讨的导向："先来看第二个问题：谁来猜想一下，到底在什么情况下，商不变。即除数和被除数怎样变，商才不变？"

(3)收集证据，验证猜想。教师提出在探究问题过程中应该遵循的原则，以便定向收集资料："以 $16\div8=2$ 为例，小组合作，举例验证这四种猜想，看看究竟在什么情况下，商是不变的？"

(4)解释。学生解释验证结果。

(5)交流评价。通过归纳总结，对验证过程中获得的信息进行组织和整理，或与教材对比，得出结论。

在整个探究活动中，教师是组织者，从提出问题到指导探索，教师都起着非常重要的作用。但教师又扮演的是"顾问"的角色，将学生置于主导地位，引导学生在比较自由的气氛中进行知识的"再创造"。在学生多角度的思考过程中，培养以发散思维为中心的创造思维能力以及科学的态度。

需要注意的是，学生的探究性学习活动是在不同的水平上进行的。有的研究者划分了探究性教学的三种水平。

(1)第一级水平的探究活动(有结构的探究)：探究时给学生提供将要调查研究的问题、解决问题所要使用的方法和材料，但不提供预期的结果。学生自己要根据收集到的数据进行分析，找到问题的答案。

(2)第二级水平的探究活动(指导型探究)：探究时只给学生提供要调查研究的问题，有时也提供材料，学生必须自己对收集到的数据进行分析，弄清楚如何回答探究问题。

(3)第三级水平的探究活动(自由探究)：在探究活动中学生必须自己独立完成所有的探究任务，包括形成要调查研究的问题。

在探究性学习中，学生应事先具备一定的知识基础和发现问题、分析问题的能力，否则，不能较好地完成探究任务。同时，并不是任何新

的学习，都要使学生从头探索。所以，探究性学习，是学生学习的重要方式，但不是主要方式。

在小学数学课堂教学中实施探究性教学，从组织形式上可以有独立探究、小组合作探究、集体探究等。探究方法也可以采用归纳探究的方式，即使学生对呈现的各种实例进行观察、推论和概括。其教学结构可以有：操作——发现（学生通过自己动手操作，发现规律，得出结论），观察——归纳（通过大量具体事例，归纳发现事物的一般规律）。

思考与练习

1. 怎样认识数学？什么是数学教学？
2. 谈谈你对数学课堂教学的理解？
3. 什么是探究性学习？探究式学习有哪些特征？

第五章　小学数学的教学策略与方法

所谓小学数学的教学，就是指学生在教师有意识、有计划的组织和引导下，并在一定的时间和空间内的一种定向的学习活动过程，包括这种学习活动的教学策略、教学原则、教学方法以及教学手段等。这些内容的整合，将反映出在学习活动中教师、学生、教材与环境相互作用的方式。

第一节　小学数学的教学策略

策略(strategies)就是指介于理念(观念、理论)与方法、手段之间的一种行为的基本指导方略(或称计策谋略)，它是一种在某种思想的指导下可以建立若干评价变量的行为指导体系。但它又区别于具体的行为方式与方法。也就是说，同一种策略可以有不同的方法；反之，同一种方法可以属于不同的策略。

而所谓的教学策略，当然就是指教师在课堂学习组织过程中的一种指导行为方式与方法选择或创设的方略。

一、小学数学教学策略的主要特点

小学数学教学组织策略，既包含着一般意义下学科知识学习的组织策略，也包含着符合小学数学学习性质特征的组织策略。

(一)构建课堂教学策略的价值

课堂教学策略不是既定的和一成不变的教学组织行为的指导方略，它需要执行教学组织任务的教师，依据自己的价值观、教学目的、学习内容和学生特点去探索、去构建。构建教学策略对课堂教学的组织有着重大的意义。

1. 是教师确定教学组织方法的依据

教师在组织课堂学习时，将面对教学目标、教学内容、学习环境、学生特征等四个重要的因素。这时教师将作怎样的思考呢？可能至少会考虑：这些内容怎样组织最好？设计什么样的教学活动？教师与学生在教学活动中应如何相互作用？教师与学生将可能采取什么样的行为方式？等等。这时，教学策略就将起到指导和指向的作用。

2. 有助于选择有效合理的教学方法

一个人的行为方式与方法的决策，通常都要经过一定的思考，而思考的依据就是一个人的行为策略。对教师的课堂学习组织来说也一样，当确定了"强化儿童的自主性的探索"作为课堂教学的一个基本策略后，无论是什么样的课型、什么样的内容，他都会将自己的教学设计以及教学行为服从于这个策略。

3. 是评价教师教学行为的一个重要依据

怎么来评价某个教师一堂数学课的好坏？怎么来判断一堂数学课对达成教学目标的可能性与有效性？这与课堂教学策略在教育目标达成方面的相关性有关。

(二)小学数学教学组织策略的主要特点

在当今小学数学课堂学习中，已经从关注教师的行为方式，转向注重学生的行为方式，越来越注重教师的行为模式与期望学生产生的行为之间的相关程度，因而也就越来越关注数学课堂学习组织策略的基本要素。这些要素主要包括如下两个方面：

过程的基本要素：这主要反映的是学生在学习过程中的一种经历性目标，主要表现在"主动参与"、"亲自实践"、"数学体验"等方面。

行为的基本要素：这主要反映的是学生在学习过程中的一种形成性目标，主要表现在"思考"、"探究"、"合作分享"以及"问题解决"等方面。

在这种前提下所构建的各种小学数学教学组织策略，往往都会呈现出如下一些共同性的特征：

1. 以情境呈现任务

首先，在构建教学策略时，教师应关注的是，对学生来说，驱动他们

参与数学学习的，并不是那图像的符号、单调的公式、生疏的概念、苦涩的命题所组织起来的材料，而是个需要他们自己去尝试完成的任务；其次，教师还应关注到，所谓的“任务”，应该是那些儿童现实生活中的问题或儿童在现实生活中思考着的问题；最后教师应关注的是，如何将这些问题创设成为一个个合适的问题情境，并将这些问题情境通过合适的方式在课堂学习中呈现给学生。

弗赖登塔尔认为，丰富的情境可以包括：(1)场所，一个有意义的情境的堆积，可以被独立处理，也可以在彼此之间有联系。(2)故事，它是接连不断的，它可以是一个真实的故事，也可以是一个经典的或虚构的特别例子。(3)设计，即被创造的现实。(4)主题，一个与现实带有多种联系的数学定向的学科分支，如飞行等。(5)剪辑，主要从各种媒体中剪辑，它往往包含着大量有意义的或无意义的数字与信息。

2．以任务驱动探索

对学生来说，呈现在他们面前的任务，就是要他们通过自己的探索去尝试解决的问题。因此，他们的学习不是模仿教师解决问题的过程和方法，不是去记概念，背公式，做习题，面要去完成一系列探索性的，并需要通过自己的尝试而获得问题解决的任务。

例如，学习“厘米认识”这个内容时，有教师就从“直接比较长短”开始，一直到“长度单位(厘米)”的认识，安排了一个符合学生生活实际的完整的事件情节，在其中设计了一整套的问题展现给学生，让他们独立地用各种不同的方法去探究、去解决：

直接比较两个物体的长短(唤起长度的经验，重现比较的意义)→呈现无法直接比较的情境(产生认知冲突，形成探索性任务)→各自设法去寻找一个标准的长度去分别度量(初次尝试问题解决)→被度量物体长度不是标准长度的整倍数或在表述上发生困难(产生新的认知冲突)→需要构建一个共同的标准长度单位→……

这样的教学组织过程与直接将“尺”展现给学生的教学组织过程相比，一个最大的特点就是使学生在不断地探索性和尝试性的问题解决过程中，体验到“尺”的意义，理解标准长度单位的价值。

3．以探索组织学习

抓住了任务驱动学习的本质特点，那么，不管是什么样的教学策略，就都会和以“主动探索”为学习活动的主要脉络来组织教学。在这里，“探索”是一个有价值的行为，而“主动”则是保证学生是学习主体的一个条件限制。

例如，在以“主动探索”为主线的“圆锥体体积计算方法”的课堂学习中，教师就会通过设计若干由学生自由尝试操作并概括出圆锥体体积的计算规律的数学活动来组织，而不会简单地通过自己的演示来向学生呈示某种结论的方法来组织。

二、构建有效的课堂教学策略

课堂学习的效果有赖于教学策略的构建与选择，构建有效的教学策略，不仅能促使教师组织有效的课堂学习活动，而且也能促进学生学习方式的转变。

（一）构建教学策略的主要依据

教学策略是一个丰富的概念，同时，教学策略也是一个动态的概念，随着哲学观的转变，课程观的更新，教学观的发展，教学策略也会更新与发展。所以，对教师来说，不仅要不断地去主动吸取丰富的教学策略，而且更要不断地通过自己的实践和探索去丰富教学策略。

1. 对小学数学教育价值追求的基本认识

这里至少涉及这样一些问题：学生学习数学的目的究竟是要获得知识的传递，还是要获得整体人格的发展？学生学习数学的过程究竟是一个“复制”的过程，还是一个“再创造”的过程？这些价值认识涉及教师在组织学生的课堂学习时，是以“结论呈现”为主，还是以“问题探索”为主？对学习任务的理解不涉及究竟是“记忆”重要，还是“理解”重要？等等。

2. 对儿竟学习数学过程的认识和理解

这里至少涉及这样几个问题：儿童是以什么为基点来展开自己的数学学习活动的？儿童学数学的过程与成人有哪些根本性的不同？儿童的数学学习是一个完全系统化的过程，还是一个局部组织的过程？儿童在数学学习过程中的原动力是什么？是数学符号的演绎还是现实问题的解决？等等。

3．对课堂学习的理解和诠释

这里至少会涉及这么几个问题：课堂学习过程究竟是以教师控制为主的接受性活动为主，还是以教师引导为主的探索性活动为主？课堂学习究竟是一个数学习得过程，还是一个数学活动过程？课堂教学过程仅仅是一个学生的知与不知之间的动态平衡，还是一个学生的问题与探索和解决之间的动态平衡？等等。

(二)构建教学策略的主要原则

构建教学策略的原则，随着对数学教育价值追求的不同理解，对小学数学教育本质的不同诠释，有着不同的认识和表述。如果从发展学生的数学素养的角度看，可能至少有这么几个原则需要引起重视：

1．准备原则

即构建的教学策略要能有效地使学生很快地进入学习准备状态，因为学习准备是学生展开主动性学习的一个重要前提。可见，这个原则主要就是要求所构建的教学策略，能将学生原有的经验和认知充分地唤起。

2．活动的原则

小学数学学习的一个基本的价值追求就是发展学生的数学素养，学生的素养往往是依靠自己的主体性的实践活动而逐渐得以发展的。因此，数学学习的本质就是学生在教师引导下的数学活动，就是学生与情境交互、问题探索和伙伴对话的活动。

3．主动参与的原则

数学学习的效果与学生的行为、情感和认知策略参与的方式和程度等有着重要的关系，没有学生参与或不能激励学生主动参与和有效参与的教学策略，相对于课堂学习来说是缺失的甚至是无效的。

4．兴趣性原则

对儿童来说，他们的数学学习往往是从关注自己的生活开始的，是从他们的好动、好奇与好表现的特征而驱动的对问题的关注开始的，因此，从自己的生活中寻找数学是他们数学学习的最有效的动力。

5．个别适应的原则(也可以称之为“差异性原则”)

不同的学生在数学学习中是有差异的，这种差异不仅表现在认知

能力水平上，更多的还表现在其学习策略与方法的个性化上面。相对于同一个学生而言，在不同的学习领域、不同的学习内容或不同的学习环境中，都可能显现出的数学学习在过程、策略和方法等方面的差异性。因此，课堂学习的教学策略的建构，既要考虑到群体的整体能力和一般性水平，也要兼顾到不同个体的差异性。

(三)有效教学策略的标准

如何来判断一个教学策略是否有效呢？抑或说，可以从哪些角度来判断一个教学策略的价值？换言之，就是看其能否实现学生运用有意义的学习方式的目标。具体地说，主要有如下几个标准：

1. 能促进学生主动参与学习

一个良好的和有效的教学策略，应该能将数学学习由单纯的记忆、模仿和训练活动，转变为学生主动的探索、实践创新的过程；应该将数学学习由单纯的符号、性质和逻辑规则的演绎活动，转变为在学生已有的经验和认知基础上的探索、解释与交流分享的过程；应该将数学学习由单纯的再现教师预设的思维活动，转变为具有独特性和多样化的思维活动。

2. 能强化学生在学习中的体验

一个有效的数学活动，应该能从学生熟知的现实情境或学生已经构建的知识经验出发，帮助学生在学习过程中不断地获得数学的体验，并在体验的基础上去理解数学。例如，在学习“小时、分的认识”这个内容时，有的教师就是从“强化体验”这个要素出发来设计学习活动的：

(1)游戏活动

读、拨时间游戏→拨钟游戏

(2)体验活动

先猜一猜，在一分钟内完成每个活动项目的数目，并将它们填写在下列表格内(表略)。→然后真的去做一做，看看你的猜测是否正确，找一个同伴帮你计时或计次数，看看差距有多少？→现在你对1分钟有些什么样的体验？→我们的生活是离不开时间的，请你用“1分钟”这个词来向你的同伴说几句话。

(3)操作活动

利用你手上的钟面拨拨看，时钟怎样走表示是一小时的时间？利用你手上的钟面，自己数一数，一小时被分成了多少格？这每一格代表了什么？

(4)进一步体验

我们一节课是多少时间？→现在离下课大概还有多少时间？→如果一节课是一个小时，你会有什么样的感觉？→如果你手腕的脉搏每分钟跳动70次，那么，猜猜看，你手腕的脉搏一小时内大概要跳动多少次？

……

3. 能激发学生独立思考和自主探索

学会数学思考是数学学习的一个重要任务，因此，有效的教学策略应当为学生提供一个自主的探索空间，激发学生在探索的过程中经历观察、比较、分析、归纳、抽象等思维活动。可见，学习过程中的探索不是形式，其最终目的就是为了激发学生的思考。

4. 能鼓励学生的合作交流

能否实现在独立思考和自主探索基础上的合作交流也是评价教学策略是不是有效的一个重要标准。学生能在合作交流过程中学会互助与分享，学会共同设计与实践，加深对知识的理解，构建认知策略，获得良好的情感体验。

第二节　小学数学教学的组织原则

教学组织原则是教师设计教学过程，实施教学活动的组织以及评价教学效果等活动中应遵循的一些最基本的要求和准则。它们包含着一般教学组织意义下的那些要求和准则，也包含符合小学数学教育价值追求的特殊的要求和准则。

一、教学原则概述

关于教学原则，我们首先要弄清的是，什么是教学原则？教学原则对课堂学习的组织有什么样的价值？

(一)教学原则含义

教学原则(principleofinstruction),就是在总结教学实践经验基础上根据一定的教育目的和对教学过程规律的认识而制定的指导教学工作的基本准则①。

显然,教学原则不同于教学规律,教学规律是客观存在的,而如何表述则取决于人们对它的认识。同时,教学原则也不同于教学经验,因为教学经验与不同的行为主体在不同状态下的行为有关,而教学原则却具有普适性。

(二)教学原则的特点

从教学原则的界定看,它至少有如下几个特点:

1.源于教学实践

即教学原则的生成与教学实践密切相关,是人们在教学实践中不断探索,经过多次的抽象与反复的概括的结果。

2.基于教育目的

即人们总结自己的行为并概括出某些规律的基础就是对教育目的的认识,而对教育本质的不同诠释,就会产生不同的教学原则。

3.具有发展性

教学原则不是一成不变的,而是一个发展的和动态的准则,它受到科学技术发展的制约,也受到人们价值观和认识方式的制约。

二、小学数学教学的基本原则

小学数学教学原则包含着一般的教学原则,如直观性原则、启发性原则、科学性原则、思想性原则、过程性原则,等等,还包含着与小学数学教育的价值追求密切相关的、具有某些独特性的教学原则。随着小学数学教育价值观的发展,一些新的教学原则被提了出来。

(一)贴近生活原则

其基本的出发点,就是小学数学的教学组织要尽可能地贴近生活,使儿童在探究数学知识的同时,了解数学的价值。因为,只有真正的儿童生活中的数学,才有可能激发他们进行探究,引导他们进行思考,促

① 顾明远.教育大辞典(第一卷).上海:上海教育出版社,1990

进他们参与和发现，从而实现个性化的学习。

（二）数学化原则

其基本出发点就是，小学数学的学习过程就是儿童在自己的“数学现实世界”的基础上，通过反思来实现对日常经验的数学化的过程。因为每一个儿童都有一个属于自己的现实的“数学世界”，在这个“数学现实世界”里，儿童如果进一步地不断地进行反思、整理、组织，就有可能产生新的数学概念。因此，我们要让儿童认识到，数学知识源于他们普通的社会生活的常识，他们当中的每一个人都有可能在一定的指导下，通过自己的实践活动来获得这些知识。

（三）再创造原则

其基本出发点就是，小学数学学习的本质就是将那些已经被发现或创造的数学知识作为实践性活动的任务，让学生自己去“再发现”和“再创造”。而这里的“创造”，既包含了内容（学习对象），又包含了形式（过程与方法）；既包含了新发现，又包含了新的组织（再发现）。

第三节 小学数学教学方法

所谓方法，通常就是“指向特定目标、受特定内容制约的有结构的规则体系”①。可见，方法是受价值观和内容制约的，它是人为地实现其特定的目标、特定的操作系统和步骤，而且这种操作系统和步骤是有其自身结构的。

而教学方法，就是“指向特定的课程与教学目标，受特定课程内容所制约的、为师生所共同遵循的教与学的操作规范和步骤，它是引导、调节教学过程的规范体系”。

一、常见的小学数学教学方法

教学方法与教学策略一样具有多样性和生成性的特点，因此，教学方法是变化的和综合的概念。

① 张华．课程与教学论．上海：上海教育出版社，2000.210

（一）教学方法的基本类型

小学数学的教学方法是丰富多样的，它源于不同教师的不同教学实践。但是，如果从教师、学生、教材和环境相互作用的基本模式看，教学方法主要有三种不同的类型：

1. 提示型的教学方法

其特点往往就是教师通过在课堂学习中的各种提示性活动，如讲解、提问、示范、演示等方法，来帮助学生接受并内化既定的数学知识，形成既定的数学技能。提示型的教学方法有这么几个特点：首先，它能在较短的时间内使学生学到尽可能多的数学知识，形成数学技能；其次，它能帮助学生实现数学知识的系统化。因为教师的讲解、示范等导向性的提示活动，是在自己有计划、有系统的设计之下完成的；最后，能充分体现教师的主导作用，它能有效地帮助学生理解和内化数学知识的本质，有效地帮助学生更快地形成必要的数学技能。

当然，提示型教学方法也有其自身的弱点。首先，在实施中容易滑落到“机械学习”的陷阱之中，因此，在运用提示型教学方法的过程中，应当时常注意到理解和理解下的认知建构是学习的主要任务，积极思维是学生的主要活动；其次，它在发展学生的实践能力和创新能力方面是较为欠缺的，因为教师的提示非常容易成为学生思考和问题解决的导向，一旦这种导向被明确化后，就会使学生的思考陷入复制和机械化；最后，这种类型的教学方法往往呈现出人际互动和经验分享方面的不足。

提示型的教学方法主要有这样一些具体的形式：

（1）讲解。讲解也可以称之为口述，主要是通过教师的口述和讲解，将知识的发生、本质特点，概念之间的关系、性质等清晰地告诉学生，使学生能记住并内化纳入自己的认知结构。

（2）示范。主要是通过教师的各种示范性的互动，来帮助学生开展有效的学习活动。例如，在规则学习时，教师往往会先示范一个完整的解题过程，学生就可以通过教师的这个示范来逐步掌握运算方法。

（3）呈现。主要是教师通过呈现一些实物、挂图或模型等方法，帮助学生通过观察、比较等手段来获得对对象的认识和把握。例如，在一

些几何概念的学习中，教师往往会先向学生呈现一些模型或实物，让学生观察这些几何体的组成和结构，从而归纳出这些几何体的本质特征。

(4)演示。主要指教师通过动态的方法将对象的发生过程演示出来，以便让学生通过观察和思考来概括出对象的本质特征。例如，在学习“角”的知识时，教师往往会先将两根一样小棒重叠在一起，然后固定其中一个端点，开始旋转一根小棒，让学生观察教师的旋转过程，并思考，“你这时发现了什么图形？”同时，通过对旋转过程的观察，学生有可能体验到这样的认识：角的大小与射线(边)的长短无关，而是与射线(边)的旋转弧度有关。

2. 问题解决型的教学方法

所谓问题解决型教学方法，也称“共同解决问题型”的教学方法。通常是指以问题为导向，以问题解决为目标，以教师与学生共同的对话与讨论、实验与尝试等为手段，促进学生主动学习的教学方法。

这种方法的特点主要在于：首先，能发展学生发现问题、探究知识、主动建构的能力。因为学生要对问题情境进行观察、思考和分析，才有可能提出问题，并以这个问题为导向，开展探究性的活动，同时在问题解决的过程中去获得数学认知、形成数学技能、发展数学素养。因为教学方法特别注重师生的对话，特别注重师生间的质疑问难，特别注重师生间合作性的探索。最后，这种类型的教学方法在学习过程中的开放性和生成性特征较为明显。因为每一个人的探索与发现的过程是不一样的，每一个人的问题解决策略是不一样的，每一个人在学习过程中的体验也是不一样的。

当然，这种类型的教学方法也有自身的缺陷。主要表现在：首先，它比较费时，无论是对话式的交流，还是探究式的操作，抑或讨论式的交流，在获得数学问题的解决、形成数学方面，都会有许多的反复，有许多的偶然性。其次，这种类型的教学方法对于掌握系统性的数学知识来说，其功能要稍弱些。最后，这种类型的教学方法掌握得不好，还往往容易落到无谓的对话、形式性的讨论和无效的操作等活动中去，降低学习的质量。

因此，在运用这种类型的教学方法时，至少要注意这么几个问题：

(1)对话。在对话中要注意:首先,师生的对话是以学生能自由思考和自由表达为特征的,不能将教师的理解强加给学生,教师的任务是引导,而不是将学生的表述硬纳入所谓规范的轨道;其次,教师的引导要留有思考的余地,要能启发学生的思考,促进学生的开放性和创造性的思维;最后,切忌在课堂学习中形成"一一对话"的局面,即教师提出一个问题,找某个学生回答,然后教师纠正这个学生的回答,该学生再复述教师的回答,其他的学生就成为无需思考的旁观者。

(2)讨论。在组织讨论中要注意:首先,要给学生明确的但又有一定思考空间的讨论主题。其次,在学生的小组讨论中,为了保证讨论的有效性和全员参与,要求学生在小组汇报时,必须要回答这三个方面的问题:第一,该小组主要讨论了什么问题,在哪些方面有了不同的意见;第二,我(即汇报的学生)或我们小组最终的意见是什么?第三,小组中哪个(些)同学的意见或想法对我有了什么样的帮助。

(3)操作。在学生的尝试性操作实验中要注意:首先要让学生知道操作的目的,明确操作的对象;其次,要培养学生在尝试性实验操作的过程中及时观察并做好观察记录的习惯;最后,要让学生学会在小组操作性的学习中如何进行分工与合作,发展学生的团队意识和合作分享的能力。

3. 自主型的教学方法

这种类型的教学方法,其最大的特征就是在课堂学习的过程中,教师的控制力大大地减弱,学生的自我学习活动在课堂学习中占了主导的地位。它通常都是由教师先提出问题,或呈现一个问题情境,学生自己提出问题,然后由学生独立地(或在一定的引导和帮助下)去尝试解决问题,从而使学生建构数学知识,形成数学技能,发展数学素养。

这种类型的教学方法有这样一些特点:首先表现在它能最大限度地发现学生的学习能力,提高学生的问题解决能力。其次,这种类型的教学方法还能激发学生的学习兴趣,强化学生的学习动机,促进学生学习方式的转变。最后,这种教学方法还注重了不同学生之间的个性不同所造成的学习能力与学习风格的差异性。

同样的,这种类型的教学方法也有一定的局限性。主要表现在:首

先，对学生来说，要有一定的经验与能力储备，对低年级的儿童来说，就不太适宜采用这种类型的教学方法。其次，这种类型的教学方法受学习内容的限制较为明显，不是所有的内容都完全适合用这种教学方法。例如，一些“构造性”或较为抽象的数学概念的学习，以及某些策略性知识的学习等。最后，这种类型的教学方法难以使学生形成系统的数学知识，而且学习也较为费时。

在运用自主型教学方法时，至少应注意这么几个问题：

(1)课题。即教师要设计一个有效的问题情境；或者教师要设计好良好的学习课题；或者教师要规划好合理的主题，等等。

(2)手段。在运用自主型教学方法中，教师还需要充分考虑到课堂学习的组织手段，例如，准备向学生提供哪些帮助将整个课堂学习分为哪几个主要的环节？每一个环节的中心任务是什么？如何分配已有的学习资源？等等。

(3)计划。在自主型教学方法的学习中，教师对学习过程的预设性和控制性是相对较弱的，但是，教师的教学设计仍然是非常重要的。首先要尽可能地充分估计到学生在学习中可能遇到的困难，并预想好给予学生帮助的形式和内容；其次，还要能充分预计到学生在学习中的各种需要，并预想好什么时候是提供满足这种需要的各种条件的最佳时机；此外，还应精心设计好学习评价的目的和方式，使评价的导向、激励和反馈功能在自主型教学方法的课堂学习中得到最大限度的发挥。例如，对学生在陈述自己问题解决的过程和结果时，教师将在哪些方面给予特别关注和指导？

(二)常见的小学数学教学方法

经过长期的教学实践和探索，有许多具体的且是行之有效的教学方法被提炼和总结了出来，构成了小学数学教学中的常见教学方法。例如有：

1. 叙述式讲解法

就是指通过教师的口述和示范，向学生描绘情境、叙述事实、解释概念、论证原理或阐明规律的一种教学方法。这种教学方法的特点是教师能系统、清晰地将数学知识教授给学生，并使学生在学好知识的同

时，也逐渐形成分析推理等能力。

在这种教学方法的运用过程中，有三点是必须要引起注意的：第一，教师的讲解不等于简单的教师“讲”而学生只是被动的“听”；第二，教师的讲解要善于“设疑”和“质疑”，这样才能充分地引起学生的思考；第三，教师的讲解不能仅仅从概念出发，要最大限度地从学生的经验出发去创设良好有效的情境，来帮助学生探索和思考。

2. 启发式谈话法

也叫对话法，它是指通过教师与学生之间的对话来引发学生的探索和思考，从而形成新的认知的一种教学方法。这种教学方法的特点是能激发学生充分地进行思考，并能让学生充分地发表自己的想法，从而在使学生获得数学认知的同时，发展他们的思维能力。

在这种教学方法的运用过程中，有四点是必须要引起注意的：第一，谈话法是以教师的问题引导为基点的，教师的问题应具有明确、有思考性、能激起学生探究的欲望等特征；第二，师生的对话是以理解为核心的，因此，不必强求学生表述的语言必须与学术性对话相一致，只要学生的表述清晰可懂，教师就不要给予太多的干预和控制；第三，切忌将这种对话理解为就是“一一对话”的活动，使某个对话活动发生时，成为了教师与学生的两个人行为，其他人则成为事不关己的“听众”；第四，问题的思考性决定了在教师的教与学生的回答之间要留有时间和空间，缺乏思考性的对话是一种无效的学习行为。

3. 演示法

就是通过教师向学生呈示（如呈示实物或模型等）或演示（如演示对象的发生或对象的运动规律等），让学生去观察，从而使学生发现对象的本质特征的一种教学方法。在这里，呈示或演示仅仅是手段，学生通过自己的观察、思考、辨析、讨论，概括出对象的本质特征是目的。

在这种教学方法的运用过程中，有三点是必须要引起注意的：第一，教师的呈示或示范要有典型性，使对象的特征能明显地显现出来；第二，教师在呈示或演示之前，要给学生明确具体的观察和思考的任务，让学生带着问题去观察；第三，在呈示或演示的过程中，往往会伴随着对话，而这种对话不是简单的“是”与“不是”，而要具有一定的思考

性。

4.实验法

实际上就是通过学生的尝试操作来概括出典型本质特征的一种教学方法。就课堂学习而言，它主要包括：验证性实验，主要特点是在学生已有的一定经验或已经初步构建的对对象认识的基础上，通过验证性操作，让学生进一步去体验知识的内涵，从而真正抓住对象的本质特征；探索性实验，主要特点是让学生以问题情境进行探索性操作，通过自己多次的观察、实验和思考，发现并概括出对象的本质特征。在课堂学习中究竟采用哪一种实验，主要取决于内容特征和学生特征这两个要素。

在这种教学方法的运用过程中，有两点是必须要引起注意的：第一，无论是验证性实验还是探索性实验，都是学生自己的主体性的行为，因此，对于学生操作的方法、过程和手段，要留有一定的开放性，以适应不同学生学习水平、学习方式的习惯和学习策略等的差异性；第二，无论是验证性实验还是探索性实验，都必须引导学生将对观察和思考的注意指向操作的过程，而不要一味地指向结论。

5.练习法

所谓练习法，就是指学生在教师的引导下，通过独立的或小组作业，进一步理解并掌握知识，从而形成基本技能的一种教学方法。研究表明，儿童对某一个数学知识，从认识到掌握，通常不能仅靠对一个“例题”的“剖析”而形成清晰和稳定的认知结构，它还需要靠一定量的训练来加深理解、巩固知识，形成一定的技能，使已有的知识系统化。

在这种教学方法的运用过程中，有两点是必须要引起注意的：

(1)科学的练习不同于机械的重复。既不能将练习法简单地理解为大运动量的、机械式的“题海战”，而是要讲究科学性的训练。所谓科学性，至少包含着这么几个特征：

①练习要有针对性。即练习针对知识的重点和难点要有不同的设计；练习针对学习中显露出来的、具有共同性的问题要有不同的设计；练习时不同程度的学生要有不同的设计。

②练习要有层次性。即练习的设计要有梯度，如从模仿性学习开

始，到变式练习，到对比练习，再到综合练习，发展到跟进练习和开放练习等，引导学生由浅人深、循序渐进地加深理解、形成技能、发展数学思维。

③练习要有多样性。即练习不仅可以是笔纸作业，也可以是口头作业；不仅可以是常规习题，也可能是非常规习题；可以是解答性作业，也可以是设计性作业和解释作业以及制作性作业等；可以是独立作业，也可以是小组作业；可以是课堂内的活动，也可以是课堂外的活动。

(2)科学的练习应具有明确的练习目标。首先，教师和学生都要在练习之前明确练习的目的，知道需要做什么，希望达到什么样的目的。其次，要依据期望达到的不同目标，设计不同的内容和练习形式。例如，当目标主要追求的是个体对既定知识与技能的形成与掌握时，可以较多地采用口答、判断、选择、计算、匹配以及应用题等形式，而当目标主要追求的是个体在完成任务的过程中的多种表现时，可以较多地采用设计、解释、游戏、调查竞赛等形式。最后，在学习的不同阶段有不同的练习目标，因而也要有不同的练习设计。例如，在学习的开始阶段，往往较多的是准备练习，其主要目的是唤起原有经验和知识，形成认知冲突或揭示新、旧知识间的联系；在知识的习得阶段，往往较多的是巩固练习，其主要目的是加深对知识的理解，掌握正确运用知识；在学习后期阶段，往往较多的是综合练习，其主要目的是使原有的知识与新学的知识系统化和结构化，并能形成相应的数学问题解决的能力。

二、教学方法的多样化

教学方法的多样化，一方而说明了课堂学习活动形式的多样化源自于教学方法的多样化，而多样化正是为了适应学生学习方式的多样化；另一方而还说明了丰富多样化教学方法的可能性，教师和学生课堂学习的实践是丰富教学方法的基本条件，而其核心就在于教师对课堂学习组织的不断反思和总结。

1. 教学方法不是一个不变的程序结构

教学方法只是一个相对稳定的程序结构，随着价值的变化，会影响小学数学课程目标的变革，自然也就会影响到教学方法的变革。例如，当前转变学生的学习方式成为课程教学改革的一项重大任务，而这种

变革可能表现在新的教学方法上，通过教师的实践被不断地丰富，也可能使原有教学方法中的许多手段或活动发生变革，这就带来了教学方法的结构变化。

2. 不同的学习任务和目标可以有多样化的教学方法

在同一个数学内容的学习中，可能有若干个学习环节，而不同的学习环节其学习任务和目标是不同的，这就带来了教学方法的多样性和综合性。这样看来，理论上没有一个能统领整个课堂学习过程的教学方法，它是随着内容和目标的变化而呈现其多样性和综合性。

3. 同样的教学方法可以有不同的行为方式

即使在某个学习环节中运用某种教学方法时，不同的学生有不同的学习任务和不同的学习目标，其行为表现也是不同的。有时是表现在活动方式上的差异，如同样是“谈话法”，在组织低年级学生的学习时，可能更多的是采用“师生对话”的活动形式，而在组织高年级学生的学习时，就可能会更多地采用“小组对话”的活动形式；有时还表现在活动层次上的差异，如同样是操作，在概念性知识的学习中，操作的验证性成分可能会多一些，而在程序性知识的学习中，操作的探索性成分可能会更多一些。

4. 教学方法在一堂课中往往是交替使用的

在一个完整的课堂学习过程中，多种教学方法往往交替使用。而如何交替使用，将哪些方法交替使用，都取决于一个最基本的目标，那就是怎样才能促进儿童的学习。例如，在一堂“小数认识”的课堂学习中，可能会交替地采用“讲解法”、“实验法”、“发理法”等不同的教学方法，这些方法的不同服从于每一个阶段学习任务的不同和学习目标的不同。同时，这种综合还表现在同一个学习过程的模式中，会交织融合着多种教学方法。例如，一个探究学习的过程模式（或称教学模式）中，可能会有谈话（对话）、观察发现、演示实验等多种教学方法综合运用。

三、教学方法与促进儿童的数学学习

较好的教学方法应最大限度地促进学生的学习，否则，所谓的教学方法只能成为教师“表演”的一个“脚本”——一个教师自己行为的固定的“操作程序”。

1. 教学方法与学生的学习参与

因为教学方法是教师与学生在课堂学习中的行为与策略的规则，因此，没有学生的参与，再好的教学方法也是无效的。良好的教学方法应该是充分激发学生学习动机，充分激励学生主动参与学习的一种程序结构。为此，有人提出了教学方法刺激学生主动参与课堂学习的ARCS模式。

(1)注意　即良好的教学方法要能充分地引起学生的注意，同时又尽可能地保持学生的这种注意，使学生始终能积极主动地参与学习过程。在小学数学的课堂学习中，问题情境的呈现、提出新任务以引起认知冲突、在数学活动中形成新的问题、在唤起学生已有经验的基础上发现矛盾、不断地"变式"引起学生的思考以及给出错例激发学生探索等，是在各种各样的具体的教学方法中经常使用的一些手段。

(2)关切　教学方法不仅要关注教师行为的合理性和有效性，更要对学生的参与给予相当的关切。例如，无论采用什么具体的教学方法，都要充分地关切学生的情绪状态，关切学生参与学习的程度，关切学生在参与学习的过程中所遇到的问题或困难，关切学生可能会提出的各种各样的问题等。

(3)信息　教学方法要有助于形成和强化学生学习数学的自信心，没有自信心，学生是不可能会积极主动地参与学习过程的。因在同一个课堂学习过程中，常常需要多种教学方法同时使用，以适应不同能力、个性和水平层次的学生的需要。就是同一种教学方法，也往往需要采用多种形式和手段。例如，在运用"谈话法"时，针对不同的学生特点和需要，其形式和手段也是不同的。对于有些学生来说，可能教师的思考性成分稍多些，开放的空间稍大些，但是，对于另一些学生来说，教师的提问可能会更具体些，指向性更强。

(4)满足　罗杰斯认为，当一个人的行为产生积极的机体体验，同时又受到积极的评价和尊重时，他的人格容易正常发展，反之就会产生一种焦虑的情绪，并可能采用某种防御机制，歪曲或回避真实情感，引起人格混乱。也就是说，在学习中，个体也存在着一个"受外加尊重"的需要，当这种需要被满足时，个体的学习动机就会得到强化。因此，无

论采用什么类型的教学方法来组织教学,都要能使学生在学习过程中获得最大可能的体验,并在这种体验下获得某种“成功”的满足。

2. 教学方法与学生的学习方式

在前面已经谈到,教学方法的多样化就是为了促进学生学习方式的转变,这种转变主要表现在将学习过程由原来的单一的知识接受(可能还是有意义的接受或是在理解基础上的接受)过程变为多样化的主动探索过程,以此培养学生的创造性和组织能力。因此,教师就应当努力做到:通过各种方式让学生明确自己的学习任务和学习目标;帮助学生依据学习内容确定自己的学习方式;注重儿童自己的经验、兴趣和学习方式,宁可改变自己预设的教学计划;鼓励学生采用不同策略和方式参与学习;让学生运用各种方法去观察对象,预见结果,检验假设;将学生在学习过程中所呈现出的不同反应整合进自己的教学方法之中。

第四节 小学数学教学手段

近年来,教学手段的改革与发展已经逐渐与课程目标、教学内容以及教学方法等的改革与发展一样被重视起来了。其主要的原因就是,今天的学习已经更多地从以知识为中心、以课本学习为中心转向以多种媒体学习为中心了。

一、教学手段的价值

教学手段是指“教师用以向学生传授教学内容和收到从学生中来的反馈的手段”,是在小学数学课堂学习中用以交流的媒体。显然,教学手段与教学方法不同,它通常是与“物”联系在一起的,具有使用材料的特征。

因为课堂学习是教师、学生、教材与环境四因素之间的持续相互作用的过程,而不管什么类型的作用模式,都需要教学手段这个媒介来给予支持,所以,教学手段在课堂学习活动中具有不可替代的价值。

1. 帮助学生更好地获得对知识的理解

儿童的数学学习是一个从直观逐步到抽象的过程,这是由儿童的

心理特征所决定的。他们在获得对数学知识理解的过程中，往往需要由外部的感觉给予支撑。例如，儿童在开始理解 20 以内的进位加法时，就是通过教师提供的一组材料：一个小盒，分为 10 个格子，其中 8 个格子已经放入了小球，外面还有 3 个小球，如果要加起来，就要往盒子里再放入两个小球。放满 10 个小球的小盒用 1 表示，而这个“1”就表示 10 个“1”，外面还剩 1 个，于是，结果就是 11。形象化的材料帮助学生理解了“满十进一”的位值制原则。

教学中，一个好的教学手段，往往能清晰地揭示或呈现知识的本质属性，从而帮助学生理解并建构这些知识。

2．支持学生对知识的探索

儿童对知识的发生、本质以及价值等的认识，也往往需要一些有效的教学手段给予支持。例如，儿童在认识“三角形内角和“这个规律性知识时，常常就是通过对教师给出的一组材料，如不同的三角形进行剪、拼等自主性的操作活动来实现的。

3．加强师生在课堂上的交互作用

师生在课堂上实现交互的最基本的教学媒介是语言和文本。语言既包括教师的讲解提问和描述，也包括学生的问题回答以及过程描述；而文本主要就是依靠教材的呈示与黑板的板书（教师的和学生的）。当然，从今天来看，这种传统手段已经凸现出狭窄与滞后的弊端。因而，现代化的教学手段被越来越多地引入到课堂学习之中。

二、常见的教学手段

常见的小学数学教学手段，从其物化的特征看，根据其目标以及使用特点来划分，大致可以分为操作材料、辅助学具、电化设备、计算机技术等四类。

1．操作材料

这是最传统、最常见也往往是最经济的一类教学手段。这种教学手段的最大特点是“就地取材”，主要就是帮助学生在学习中探索与发现对象的本质属性。在这些材料中，有的是不经加工的，如小棒、小玻璃球等，有的是经过简单加工的，如三根小棒搭一个三角形等；有的是教师预制的，有的是学生自制的；有的是活动的，如用来演示“运动”的

材料;有的是静态的,如用来探究面积计算方法的"面积纸";等等。

2. 辅助学具

辅助学具的产生也比较早,它的最大特点是能反复使用和有一定的通用性。例如,较早的有裴斯泰洛齐的"算术箱",后有第纳斯(Dienes)根据十进制计算法则设计的材料,它用一个正方体木块表示1,用10个这样的木块(组成1条)表示10,再用10个10(10条)表示100(1板),如果将10个这样的"板"叠在一起就是1000(一个正方体),儿童可以根据这个学具来理解数位关系。又如,曾经非常流行的"奎逊耐木条"(也叫数学彩条)也是一种辅助学具,它是由10种不同颜色和不同长度的木条组成,这些木条的横截面都为一个厘米平方,10种颜色分别为白、红、绿、紫、橘黄、深绿、乌黑、咖啡、天蓝和橙色。它对帮助学生理解数、形成运算规则以及认识一些数量关系等都有直观价值。再如,几何钉板对支持学生对空间图形的理解也非常有帮助。所谓几何钉板,就是在一块板上(可以是各种形状),等距地纵横排列着许多小钉。学生利用橡皮条(可以是不同颜色)拉出各种图形,这对学生学习几何图形的特征、周长、面积等都有直观价值。

3. 电化设备

电化设备也叫电化教学设备,是利用声、光、电等原理而设计出的教学辅助设备,属于现代化教学手段的一种。它的兴起,突破了粉笔加黑板的传统教学手段,为学生的学习提供了更多的视频信息和音频信息,而且也将一些静态的信息转化为动态的信息,通过形象化的方式来呈现对象的一些本质属性,同时还能大大节省教学的时间和空间。

常见的电化手段有幻灯和投影、录像和录音、计算器以及电子教材等。需要指出的是,电化教学手段的运用,要做到适时、适度和适当。我们知道,电化教学手段的运用,不仅需要教师掌握一定的技术,还需要作比较多的前期准备,而且在课堂学习中,可能往往还需要花费一定的时间,尤其是在多种电化手段联合使用的时候。

4. 计算机技术

随着计算机科学的发展,计算机辅助教学(简称CAI)已经日渐成为主要的教学手段,并在此基础上发展出了操作性练习、个别指导、发

现学习、模拟实验等多种模式。一般认为,CAI是一种直接向学习者提供的、通过人机对话来实现的教学手段。而在CAI基础上利用网络技术发展起来的、支持学习者之间合作学习的“计算机支持下的合作学习”(简称CSCL)已经可以突破地域和时空的限制,实现学习者之间的互动。同时,研究者在此基础上开发出了许多的学习平台,如几何画板、Mathematica、Maple等。

三、教学手段的整体优化

教学手段的整体优化,涉及教学手段如何抉择和运用,多种教学手段如何有效整合这两个方面。

(一)教学手段的选择与运用

一般地,教学手段的选择与运用,主要取决于如下一些变量:

1. 有利于学生的动机激发

选择何种教学手段,要考虑到有可能最大限度地激起学生对事件的兴趣和对问题的探求欲,使他们能尽快地和自主地投入到学习过程之中去。实践中可以看到,有的教师选用了现代化的教学手段,精心构造了一个情境,却并不能很好地激起学生的学习冲动,这就使得手段显得多余了。

2. 有利于学生的探索和发现

教学手段的运用可以能帮助学生去探索知识的内涵,发现知识的本质。因此,并不是在技术上越先进的手段就一定越好用。例如,学习对平均数的认识时,实际上,一些身边的、简单的物品都能成为很好的探索性操作材料。

3. 有利于学生对知识的理解

教学手段的选用,重要的不是为了呈示某个结论,而是为了帮助学生更好地理解知识的本质属性。例如,无论是采用活动的数位顺序表,还是用计数棒,抑或用奎逊耐木条,甚至采用多媒体演示,都是帮助学生在运算规则学习时理解十进位制位值原则很好的教学手段。

(二)教学手段的整体优化

随着教学手段越来越多样化,如何有效地整合各种教学手段,以发挥其最大的功能,成为了小学数学课程与教学研究的一个重要课题。

从大量的教学改革实践看，如下两条经验是值得关注的。

1. 多种资源的利用与开发

教学手段的现代化为利用或开发多样化的资源提供了条件。今天，日新月异的信息化社会为我们构建丰富多彩的教学手段提供了许多条件，比如，媒体的现代化为我们设计与开发课件提供了无穷的资源。

2. 多种手段的综合与交替

这里包含着两层含义：第一，不同的个体所依赖的学习手段是有差异的，因此，教师在课堂学习过程中应尽可能地提供多种教学手段，以适应不同学生的需要。例如，在学习“角的认识”时，教师可以让学生通过“伸展自己的双肢”来体验角，还可以让学生“旋转固定在一起的两条小棒”来认识角，又可以通过多媒体形象地呈示“从一个端点引出两条射线”来帮助学生理解角，使得无论是以分析——逻辑型特征为主的学生，还是以几何——直觉型特征为主的学生，抑或是以调和型特征为主的学生，都有可能获得学习上的支持。第二，不同的学习内容所依赖的教学手段是有差异的，因此，教师不能仅仅将“是否现代化”来当作选择教学手段的惟一标准。换句话说，并不是所有的小学数学教学过程都非得采用计算机技术作为教学手段，因此，要避免多媒体教学手段运用的形式化。

思考与练习

1. 什么是小学数学教学的组织策略？分析和建构小学数学教学的组织策略有哪些价值？

2. 从发展学生的数学素养角度看，小学数学教学应当遵循哪些基本的原则？

3. 小学数学有哪些基本的教学方法类型？这些类型都有哪些基本的特点？尝试从一个临床案例来分析小学数学教学方法的多样化。

第六章 数与代数的教学

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》)将义务教育数学课程的内容划分为“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”和“实践与综合应用”等四个领域。

从本章起,我们将分别对小学阶段的上述四个领域的教学进行逐一研究。

第一节 数与代数教学的意义、内容与要求

一、数与代数教学的意义

数与代数的内容在义务教育阶段的数学课程中占有重要地位,它不仅是进一步学习必备的基础,也是学习小学数学其他内容的基础。具体地说,数与代数教学的意义如下:

1.“数与代数”是整个数学知识体系的基石

“数与代数”这一领域是以往数与计划、代数初步知识和量与计量的部分内容整合而成的,历来是我国小学数学教学内容的主体。其中,整数、小数、分数与百分数的认识以及相应的四则计算都是最基础的知识。例如,小学数学基本内容概括起来包括数、量与形三个方面,而计量离不开数的计算,形体属性的量化也离不开计算;在收集、整理、分析数据与绘制统计图表时,都需要具有数与计算的基础。

2. 能使学生体会到数学与现实生活的紧密联系

数与代数的知识本身具有抽象性,但都是从现实中抽象出来的,它反映的内容是与一定的生产、生活紧密联系着的。因此,在数与代数教学中,联系生括讲数学,把生活经验数学化,数学问题生活化,能使学生

体会到数学就在身边，从而感受到数学的价值。

3. 有助于促进学生对数学学习的兴趣，培养初步的创新意识和发现能力

在“数与代数”的学习过程中，通过创设丰富多彩的问题情境，引导学生逐步建立、扩展数的概念，进行数的运算，公式的建立和推导，方程的建立和求解等活动，以及对现实世界中数量关系及其变化规律的探索，等等，有助于促进学生对数学学习的兴趣，培养学生初步的创新意识和发现能力。

4. 有助于培养学生辩证唯物主义观点和用科学的观点认识现实世界

“数与代数”的知识是在人类的生产与生活中产生和发展起来的，数与代数中有很多相互依存、对立统一的概念和计算方法，如整数与分数、约数与倍数、正数与负数、加与减、乘与除、通分与约分、精确与近似等，这些内容都有助于渗透辩证唯物主义的观点，有利于学生用科学的观点去发现问题、解决问题。

二、数与代数的教学内容与要求

数与代数在小学数学教学内容中占有很大比重。《标准》根据新的教育理念，对义务教育阶段“数与代数”各部分内容以及具体要求进行了调整。小学阶段的教学内容主要有：

第一学段，学习万以内的数、简单的分数与小数、常见的量，体会数与运算的意义，掌握数的基本运算，探索并理解简单的数量关系。通过观察、操作、解决问题等活动，感受数的意义，初步建立数感；重视口算，加强估算，提倡算法多样化；减少单纯的技能性训练，避免繁杂计算和程式化地叙述“算理”。

第二学段，进一步学习整数、分数、小数和百分数以及有关运算，进一步发展数感；初步了解负数与方程；开始借助计算器进行复杂计算和探索数学问题；获得解决现实生活中简单问题的能力。通过解决问题进一步培养学生的数感，增进学生对运算意义的理解；使学生经历从实际问题中抽象出数量关系，并运用所学数学知识解决问题的过程；避免繁杂的运算，避免将运算与应用割裂开来，避免对应用题进行机械的程

式化训练。

与《试用修订版》大纲相比较，主要变化如第三章所述。

三、数与代数教学内容的编排

为了体现数学课程的灵活性和选择性，《标准》在内容标准中仅规定了学生在相应学段应该达到的基本水平，并不规定内容的呈现顺序和形式，教材可以有多种编排。这里简要介绍人教版数学实验教材第一学段数与代数内容安排。

1. 内容编排(表6-1)

表6-1 数与代数教学内容编排

	数的认识	数的运算	常见的量	探索规律
一年级(上)	认识20以内的数	10以内的加减法 20以内的进位加法	认识钟表、整时和几时半	
一年级(下)	认识100以内的数	20以内的退位减法；两位数加、减一位数和整十数	认识元、角、分 认识时、分	图形和数的简单排列规律
二年级(上)		100以内的进位加法与退位减法；表内乘法		
二年级(下)	万以内数的认识	表内除法；万以内的加法与减法(一)	感受并认识千克和克	稍复杂的图形和数的排列规律
三年级(上)	分数的初步认识	万以内加法与减法(二)；有余数的除法；多位数乘一位数；同分母分数的加、减法	时、分、秒认识 吨	
三年级(下)	小数的初步认识	除数是一位数的除法；两位数乘两位数；简单的小数加减法	认识年、月、日 24时计时法	

2. 编写特点

(1)重视培养学生的数感

·提供现实情景，组织操作活动，让学生充分体验和理解数的意义；

·密切联系生活实际，注重数在生活中的应用；

·计算教学充分体现算法多样化；

·加强估算，培养学生的估计意识。

(2)重视培养学生的应用意识

·努力为学生提供解决问题的机会；

·引导学生从数学的角度分析、解决实际问题；

·灵活应用不同的方法解决生活中的实际问题。

(3)重视引导学生探索规律

·将探索规律渗透到各部分内容之中；

·把自主探索与合作作为探索规律的主要学习形式。

(4)注意渗透数学思想方法

主要包括：函数思想、数学建模思想、转化思想以及归纳、类比的方法等。

思考与练习

1. 简述数与代数教学的意义。

2.《全日制义务教学数学课程标准》中“数与代数”领域的内容与过去相比，有哪些调整？

3. 以一套课程标准实验教材为例，简述各册中“数与代数”领域的内容及其编排特点。

第二节　数的认识的教学

在小学阶段“数的认识”一般分为整数的认识、小数的认识、分数和百分数的认识。根据学生的年龄特点及生活经验，整数的认识又分为：20以内、百以内、万以内及多位数的认识。每部分数的认识中，包括数数、读数、写数、比较数的大小等内容。《标准》中对“数的认识”教学，除了要求学生掌握上面的知识技能外，更重要的是要培养学生的数感、符号感以及估计意识，下面就上述内容进行研究。

1. 培养学生数感

“数感”是我们既熟悉又陌生的一个概念。在人们的学习和生活中经常要和各种各样的数打交道，这时需要人们能理解和认识这些数的实际大小和意义。如有1万个人参加了一个集会，1万个人到底有多少呢？如果小学生能够以自己的班级为衡量标准，如班里有50人，他

们知道这1万个人就相当于200个班级的同学，那么他就从某个角度认识和了解这个数的实际意义。建立数感可以理解为一种对事物的“数学”思考，这对每个人来说都是重要的。我们没有必要让人人都成为数学家，但应当使每个公民都在一定程度上会数学地思考，数感是一种基本素养。

《标准》在关于学习内容的说明中，描述了数感的主要表现，包括：“理解数的意义；能用多种方法来表示数；能在具体情境中把握数的相对大小关系；能用数来表达和交流信息；能为解决问题而选择适当的算法；能估计运算的结果，并对结果的合理性进行解释。”在“数的认识”这部分，主要是上述要求的前半部分。

(1)在具体情境中理解数的意义

数的产生来源于实际生活的需要，因此要想理解各种数的意义，必须结合具体情境。例如，刚入学的一年级儿童，在认识10以内数的时候，必须通过实物、图片，使物与数一一对应，甚至可以把学生带出教室，数一数教室门前有几棵树，有几盆花。使学生体会到10以内的数就在我们身边。在认数0时，可以让学生找一找你在什么地方见到数字“0”，儿童们兴致勃勃地联系生活实际，举出大量实例，“温度计上有0度”，“尺子的一开始有0”。“电话机上有0”，“我家门牌302号有0”，“103路公共汽车牌上有0”，“投标比赛，一标都没中，得0分”等，使学生体验0的含义。

在认识万以内的数以及多位数时，不可能让学生具体数一数实物，可以为学生提供丰富的现实背景，使学生在真实的情境中获得感受和体验。如联系本校实际，“我校有学生1000人，回想一下每星期一，1000人在操场集会时是什么样的，像10所这样的学校有多少人？万人体育场有多大？”

这样一些具体的，与学生生活实际密切联系的活动，可使学生对数形成一个鲜明的表象，并且在遇到相似情境时，在头脑中就会有一个具体的参照物。

在认识小数和百分数时，也可以结合情境，例如，让学生事先到商店看一看小商品的标价，说一说它表示几元几角几分。小明身高1.45

米表示什么意思？报刊资料提供："第四次人口普查结果表明：目前我国男性占人口总数的51.45%，女性占人口总数48.55%。"你对这条信息是怎样理解的？理论联系生活实际，会想到："我国人口总数中，男性多，女性少"，"每100人中约有51人是男性，约有49人是女性，"使学生对数有具体的感受，而不是去背诵一些数概念的结论语。

理解数的意义是数学课程的重要任务。数的概念本身是抽象的，只有为学生提供充分的可感知的现实背景，才能使学生真正理解。而能将这些数概念与它们所表示的实际含义建立联系则是理解数的标志，也是建立数的表现。

案例1

教学内容：

"百以内数的认识"的教学。

教学目标：

教师通过组织学生"数豆子"活动，帮助学生理解数的意义。

学具准备：

以4人小组为活动单位，每组有小盆黄豆、计数器、塑料盆、小筒、纸盒等。

教学过程：

活动1：抓一把豆子有多少粒？

师：请同学们数出30粒豆子，再说一说你是怎样数的？

生1：我是一粒一粒数的。

生2：我是2粒、2粒数的。

生3：我是5粒、5粒数的。

师：把这30粒豆子放在手里，握住拳头，体验一下30粒豆子握在手里什么感觉，再把它放在纸盒里。

师：你能从盆里抓出大约有30粒豆子吗？试一试。与同伴交流你是怎样抓的？再数一数是不是大约30粒。

生4：我自然地抓一下，放在手里和刚才抓30粒豆子时感觉差不多。

生5：我开始抓了一小把，放在手里，觉得有点松，与刚才抓30粒

时不一样，我就又添了几粒。

生 6：我开始抓了一大把，放在手里觉得很紧，与刚才抓 30 粒时不一样，我又放回去几粒。

师：根据刚才同学们的体会，大家有了抓 30 粒豆子的经验，你们再抓两次，数一数是不是大约 30 粒。请你把 30 粒豆子放在透明的塑料盒里，看一看装到塑料盒的什么地方？如果要把塑料盒装满，大约一共有多少粒呢？

生 7：30 粒半盒，装满大约 60 粒。

活动 2：抓 100 粒豆子。

师：想办法抓出大约 100 粒豆子吗？试一试。再说一说你是怎样想的？

生 8：我抓了 3 把，第三把抓得多一些。

生 9：我装了一满盒，再抓一大把；大约 100 粒。

活动 3：自主探索读、写数。

师：现在我给每组抓一把豆子，有的是一大把，有的是一小把，你们先估一估有多少粒？再数一数，和你估计的是不是差不多。在计数器上拨出这个数，对着计数器，再把它写出来。试一试。

（教师参加到学生的小组活动中去，及时发现学生的思维火花及问题，并给予指导，选 4 个有代表性数，如 62、55、70、100，请这 4 个数小组的代表把数写在黑板上。）

师：62 的 6 在什么位上？表示多少？2 呢？

师：55 中的两个 5 一样吗？各表示多少？

师：70 中的个数写 0？100 中的个位、十位为什么都写 0？不写行不行？

（同学之间进行互相读数、写数活动，你说我写，你写我说。）

简评：

上面的课例是学习百以内数的认识，与以往的教学有很大的不同。以往教学这部分内容时，重点放在数数、读数、写数等知识技能上。该课例重点是通过数豆子活动，使学生对百以内的数有一些具体的感受。组织了 3 个活动：活动 1，通过反复抓豆子、数豆子，使学生体验到这个

年龄段的学生抓一把豆子大约30粒,对30粒豆子有一些具体感受。然后利用人人都有的学具(一把豆子大约30粒),来估计百以内其他数,并利用“数一数”进行验证,逐步提高学生数数和估计能力。活动2,感受100粒豆子有多少。在活动1的基础上,用一把豆子有30粒作为参照物,抓出100粒豆子,并练习数百以内的数。活动3,通过自主探索,合作交流,充分利用半抽象的学具——计数器,练习读数和写数。读、写百以内的数,学生不是一无所知的,要充分利用学生的已有的知识和生活经验,通过合作交流,并对4个具有代表性的数的研究,和“你拨我写”等活动,使学生经历运用适当的方式表示数的过程,进一步体会位值制。

(2)在具体的情境中把握数的相对大小关系

在具体情境中把握数的相对大小关系,不仅是理解数概念的需要,同时也会加深学生对数的实际意义的理解。如对于60、97、35、6、52这些数,能用大一些、小一些、大得多、小得多等词语描述它们之间的大小关系,并用“>”或“<”表示它们的大小关系。1/4这个数,对于不同的整体所代表的实际大小是不同的,1个苹果的1/4是1/4个苹果,1筐苹果的1/4可能是10个苹果。在教学活动中组织猜数游戏,能很好地在具体情境中把握数的相对大小关系。如一个同学说:“我想了一个几千几百的数,你们能猜中吗?”

学生甲逐一猜数:3500,3600,4100…显然,无章可循,很费周折。

学生乙则通过几个问题,比较迅速地找到了答案。

“这个数比5000大吗?”“对!”

“这个数比7000大吗?”“不对!”

“这个数比6000小吗?”“对!”

……

可见,这种游戏活动,使学生在体会数的大小的同时,还能学到一种问题解决的策略,其中包含着朴素的“区间套”逐步逼近的思想。

(3)用数表达和交流信息

让学生学会用数表达和交流信息,既能使学生体会学习数的价值,也是数感的具体表现。观察身边的事物,怎样用数来描述。如数可以

用来表示数量(基数)、顺序(序数),可以用来测量、命名和编码。

例如,52 可以表示 52 个人,52 路车,52 号房间,52 毫升容量,距离某地 52 千米,52 号足球队员等。又如,(《标准》第 22 页)某学校为每个学生编号,设定末尾用 1 表示男生,用 2 表示女生;9713321 表示"1997 年入学的一年级三班的 32 号同学,该同学是男生",那么 9532012 表示的学生是哪一年入学?几年级几班的?是男生还是女生?

学会倾听,从别人对某些数量的描述中发现问题、思考问题也是一种交流。如一位教师在上"大数目的认识"一课时,讨论 100 万这个数究竟有多大,事先让学生回家查找资料,在班上交流。有的学生在《少儿百科全书》中查到:100 万次心脏跳动是一个正常人 9.9 天心脏跳动的次数;100 万个小时相当于一个 114 岁的人活的小时数;有的学生拿出爸爸书架上的一本书,书的扉页上注明有 100 万字,让同学们看看这本书有多厚、有多少页,展示每页数。通过这样的活动,不仅使学生对 100 万这个数有一些具体的感受,同时使学生运用不同的渠道获取信息,用大数交流,学会表达和倾听。

案例 2

教学内容:

"怎样用数字编码"数学课的教学。

教学过程:

师:教务处为了便于对全校学生进行学籍管理,要给全校同学的名字都编上号码。大家讨论一下,怎样编呢?

生 1:每个班的学生都从 1 号开始依次排就行。

生 2:那样我就是 12 号。

生 3:每个班都有 12 号怎么办呢?

生 4:在每个名字号码前面加上两个数字,分别表示这位同学所在年级和班次,例如,43 表示四年级三班。

生 5:若在号码中,表示出男女生就更好了。

生 6:在最后一个数字中,我们用 1 表示男生,用 2 表示女生。

生 7:我还发现一个问题,今年的四年级三班和去年的四年级三班

所指的学生是不一样的，怎样加以区别呢？

生8：我有一个办法，把每个同学哪年入学的年份编在号码的最前面。

师：就按照刚才我们讨论的方案，给班里每位同学编号。

……

（全班交流，并说一说数学的编码有什么相同点和不同点。）

师：教务处有下面两个号码：199751122，200033031，各表示什么？

生7：前一个号码表示1997年入学的五年级一班12号是位女生，后一个号码表示2000年入学的三年级三班3号是位男生。

简评：

该课例教师首先借用学生熟悉的实例，简单的开场白，说明了用数字编码的意义，然后提出"怎样编码"的问题，教师勇于把问题推给学生，放手组织学生讨论；在组织学生讨论的过程中，做到步步深入，培养学生善于倾听别人的意见，发现问题，引起同学思考，后一个同学的发言是在前一个同学基础上进行的，使编码逐步完善，问题得到解决；最后组织每个同学亲自实践，给全班同学编码，并让全班同学解读某些编码。

2. 培养学生的符号感

在我们的生活中，有很多大家公认的统一标志，例如，路口有标志"‘－"，表示此路不通；某场地有标志P表示停车场；某路边标志牌上画有轮椅，表示残疾人的人行道；铁路、公路、航空都有它们各自的标志，地图上的各种标识符，等等，这些都是生活中的符号，从某种意义上说，我们生活在一个被"符号化"的世界。

数学符号是数学的语言，是人们进行表示、计算、推理、交流和解决问题的工具。学习数学的目标之一是要使学生懂得符号的意义，会用符号解决实际问题和数学本身的问题，发展学生的符号感。在小学数学中有数字符号1，2，3，4，…，运算符号＋，－，÷，关系符号＝，>，<，≈，等等。

《标准》强调发展学生的符号感，并指出符号感主要表现在："能从具体情境中抽象出数量关系和变化规律，并用符号来表示；理解符号所

代表的数量关系和变化规律；会进行符号间的转换；能选择适当的程序和方法解决有符号表示的问题。"在小学阶段主要表现在前半部分。

(1)在具体情境中抽象出数量关系和变化规律并用符号表示

初入学儿童在学习10以内数的认识时，例如，认识数5就要通过实物、画片，在具体情境中数出5个人、5棵树、5只鸟、5朵花……它们的数量都是5，我们可以用5个圆片表示5个人、5棵树、5只鸟、5朵花，还可以用数字5来表示。这就是对数量进行"符号化"。当学生看到数字5时，就会和数量是5的具体实物联系起来。让学生摆出5根小棒，拨出5颗珠子，击掌5下，理解数字符号5的实际含义。当学生理解了数字5的基数含义后，进一步扩大其外延，数字5还可以表示顺序，如同学们排成一横队时，从左往右数，小明在第5；数字5还可以表示代号，如国安队5号队员是×××。

在学习四则运算时，可以用运算符号表示其数量关系，培养学生的符号感。例如，学习除法时，可以让学生通过大量的平均分配实物、图片、小棒等，使学生体会平分的含义。把8个苹果平均分给2个人，每人分得4个；有8个苹果，每人分2个，可能分给4个人。这都是把整体分成相等的几部分，都用除法算式8÷2=4来表示，这就是在具体情境中抽象出数量关系，并用符号表示。突出了除法的本质属性，不必像过去那样把除法分成等分除，包含除，把精力花费在训练学生说一些程式化的语言，培养学生体验、感受从具体情境中进行符号化的过程，这才是真正的学数学。

(2)鼓励学生用自己独特的方式表示具体情境中的数量关系和变化规律。如标志上画的是男士，表示是男厕所，标志上画的是女士，表示是女厕所；我们要充分利用学生的生活经验中潜藏的"符号意识"，让学生经历"从具体事物→学生个性化的符号表示→学会数学地表示"这一逐步符号化的过程。

例如，在解决"一条船最多可以坐4人，14人至少需要几条船?"的问题时，有的学生可能会通过实际"排练"找到答案；有的学生可能会用圆形的纸片表示船，用小棒表示人，通过操作找到答案；还有的学生可能会在白纸上画图，用椭圆形表示船，用竖道表示人，找到答案；当然，

也有的学生会通过算式求得结果。

又如,《标准》在第二学段给出一个案例:"联欢会上,小明按照3个红气球、2个黄气球、1个绿气球的顺序把气球串起来装饰教室。你知道第16个气球是什么颜色吗?"解决这个问题,学生可以利用经验,出现多种方法。

方法1:用汉字表示。

红红红黄黄绿红红红黄黄绿红红红黄黄

第16个汉字是黄,表示第16个气球是黄颜色。

方法2:用字母表示,A表示红气球,B表示黄气球,C表示绿气球。

AAABBCAAABBCAAABBC

第16个是B,表示第16个气球是黄颜色。

方法3:用数字表示,1表示红气球,2表示黄气球,3表示绿气球。

111223111223111223

第16个数字是2,表示第16个球是黄颜色。

方法4:用图形表示:□表示红气球,△表示黄气球,○表示绿气球。

□□□△△○□□□△△○□□□△△○

第16个图形是△,表示第16个气球是黄颜色。

由此可见,符号感的发展需要有坚实的经验基础,在教学中应促进学生在交流、分享的过程中,积累经验,学习符号化的多种途径,逐步体会到用数、形将实际问题"符号化"的优越性。

(3)引进字母表示是用符号表示数量关系和变化规律的基础

用符号表示具体情境中的数量关系,也像普通语言一样,首先要引进基本的字母。在数学语言中,数字以及表示数字的字母,表示点的字母,运算符号,关系符号等,都是用数学语言刻画各种现实问题的基础。

从第二学段开始接触用字母表示数,是学习数学符号的重要一步。从研究一个具体特定的数到用字母表示一般的数,是学生认识上的一个飞跃,初学时学生往往会感到困难,教学时,要尽可能从实际问题引入,使学生感受到字母表示数的意义。

在小学阶段主要学习用字母表示运算律,例如,加法交换律 $a+b$

$=b+a$，乘法结合律$(ab)c=a(bc)$还要学习用字母表示求积公式和常见的数量关系，如梯形面积公式是 $s=1/2(a+b)h$。如果每千克苹果 a 元，那么 b 千克苹果就是(ab)元。代数中用字母表示数，把人们关于数的知识上升到更一般化水平，使得算术中关于数的理论有了一般化、普遍化的意义，是从算术的实际向代数的抽象的一个飞跃。

3．培养学生估计意识

过去教材对多位数的认识，着重于读法和写法。“10 万”有多大，学生没有具体感受，有的学生求出精密零件的长度有 10 万米，却毫无怀疑。实际上在日常生活中，对大数一般的只要求估计其大致范围，如北京市人口约有 1300 万，至于几个人、几十人、乃至几百人对描述北京市人口没有多大意义。因此，《标准》对大数的认识，除了要求会读写外，着重“结合现实素材感受大数的意义，并进行估计”，培养学生的估计意识。

在教学中，首先要结合现实素材，让学生感受大数的意义，才能对大数进行正确的估计。有一位教师，在帮助学生感受大数目时，她展示了有 1 万人参加运动会场面的图片，播放了国庆 50 周年庆典录像的有关部分，让学生观看 5 万和平鸽、数万只气球和几万名少先队员等，这些现实情境为学生提供了丰富的感受大数目的机会，通过这些情境，学生可以感受一万和几万有多少。接下来教师又让学生说一说生活中遇到大数目的情境，有的学生“我爸爸书架上有一本《本草纲目》有 100 多万字。”“一辆汽车价值 30 多万。”“荷兰少儿图书馆藏书 60 万册”等。然后，学生拿出事先在家里数出的 10000 粒大米，并交流怎样得到 10000粒大米的。有的学生先数出 100 粒大米，10 个 100 粒就是 1000 粒，10 个 1000 粒大米就是 10000 粒；有的学生用一个小瓶装满大米，数出大米的数量，再看 10000 粒大米装几瓶；还有的学生是用测量重量的方法，等等。最后把全班 50 人的大米都装在一个透明的塑料筒里，让学生对 50 万粒大米有一具体的感受。这一系列活动都是在学生积极主动的参与中进行的。每一个学生都兴致勃勃地观看图片和录像，向同学和老师展示自己了解大数目的情况，叙述是如何得到 10000 粒大米的，并认真倾听同学的描述。在参与这些活动的过程中，学生的积

极性、主动性得到充分的发挥，学生都有机会谈自己的想法，都有机会观察和体验大数目，学习的过程成为学生主动探索的过程。学生在这个过程中，切实体验到大数目的特征，建立了形象的大数目的感性认识。以后当提到大数目时，在学生头脑中，就不只是一些无意义的数字，而将运动场上的人数、一本数的字数、一桶大米的粒数等现实情境联系起来了。学生对大数目的认识就有了一个鲜明具体的环境支持。

在对大数目有具体感受的基础上，培养学生对大数目的估计能力。如估计一张报纸版面的字数。又如估计体育场12个看台一共有多少观众。估计意识的培养，不仅局限在对大数目的估计上，在万以内的数、小数、分数、百分数范围内，也要有意识地培养学生的估计能力。

估计意识的培养，应贯穿在教学内容的4个领域中，例如，在数的运算中要加强估算；在测量中要加强估测；在图形的面积、体积计算前，先估计一下是多少；在统计中根据统计结果，预测未来发展趋势。在以下的有关章节中，我们再进一步论述。

第三节　数的运算教学

数的运算教学一般围绕数的认识范围进行，如数的认识到百以内，就学习百以内的加减法，表内乘除法；认识了分数，就要学习分数加、减、乘、除法。还要学习以两步为主，不超过三步的混合运算。《标准》对数的运算提出了明确的要求，要保证学生掌握基本的运算技能。同时指出："应重视口算，加强估算，提倡算法多样化；应减少单纯的技能性的训练，避免繁杂计算和程式化地叙述算理。""应使学生经历从实际问题中抽象出数量关系，并用所学知识解决问题的过程。""避免将运算和应用割裂开来，避免对应用题进行机械的程式化训练。"根据以上精神，我们在计算教学中，应注意以下几点。

1. 在具体情境中学习数的运算

过去学习数的运算，大部分都是用式子题直接呈现的。如学习万以内加法时，讲解例题 278 + 1 286 = ？然后总结出加法计算法则：相同

数位对齐，从个位加起，哪一位相加满十，就向前一位进1。学生就按照这一法则进行大量的技能训练。

我们要正确认识计算在数学教育中的作用。不是为了计算而计算，它是帮助我们解决问题的工具。因而只有在具体的问题情境中，将计算作为解决问题的一个组成部分，学生才能真正认识计算的作用。例如，我们到商店去购物，要核对一下购物小票上总计和找零的金额是否正确，就可能要用到小数四则运算；商店里的商品打折促销，要计算打折后的价钱，或便宜多少钱，就要用到分数或百分数四则计算。在具体情境中学习计算，使学生体会到数的运算是来自生活实际的需要，不仅可以调动学生学习运算的积极性和自觉性，而且了解了数学学习的价值。

2. 加强口算并重视估算

数的运算的方式方法是多种多样的：口算，即不用纸笔在头脑中直接算出得数；笔算，是用纸笔列出竖式才能计算出得数；估算，即估计出得数的大致范围；还有用工具计算器、计算机进行计算。过去是以笔算为主，口算作为笔算的基础，估算只作为一些技能的介绍，不准使用计算工具。实际上，在日常生活中，使用口算、估算比用笔算可能还要多，用计算工具计算要比笔算快和准确。因此，我们要加强口算，重视估算，把笔算放在适当的地位，掌握了一定的计算技能后，在第二学段，引入计算器。

要培养学生面对具体情境，确定是否需要计算，然后再确定需要什么样的计算方法。口算、笔算、计算器、计算机和估算都是供学生选择的方式。如果需要近似答案，就可以用估算；如果需要精确答案，就要根据具体情况，用口算、笔算、计算器或计算机，但是，不论用口算、笔算、计算器或计算机，都要先进行估算，用来核对得数的大致范围是否正确，也就是要培养学生的估算意识。关于口算、笔算、估算、计算器和计算机多种计算方法之间的关系，可以用图6－1来表示。

3. 提倡算法多样化

《标准》在课程实施建议部分中指出："由于学生生活背景和思考角度不同，所使用的方法必然是多样的，教师应尊重学生的想法，鼓励学

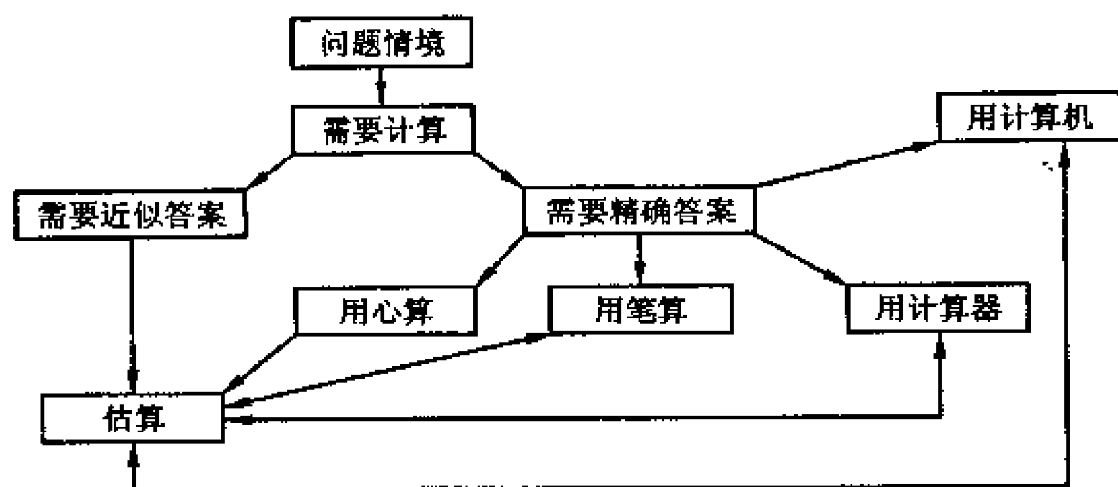


图 6－1

生独立思考，提倡计算方法的多样化。”从中可以看出，只有以人为本，学生真正成为学习的主人，才能产生算法多样化。

(1)提倡算法多样化有利于发展学生的数学能力

在过去的教学中，由于教师的教学方法和学生的学习方法单一，基本上以老师讲，学生听；老师问，学生答；老师出题，学生练为主，课本的呈现形式是以例题为中心，因此，学生的计算方法必然是和例题一样标准式的。例如，计算 20 以内退位减法，规定学生“用加算减”，因此，课本中在例题之前，就有准备题，其内容是 20 以内进位加法，以及 9＋(　)＝12 类似的题，以便为“用加算减”做好准备，例题是：12－9＝？还规定了学生这样想：9 加以几等于 12，9 加 3 等于 12，所以，12－9＝3。然后学生整齐划一地模仿叙述“思路”，记忆算法，反复的操练，以便形成计算技能，达到“脱口而出”、“滚瓜烂熟”的程度，这样学习计算，学生感到枯燥乏味，学生成了计算的机器。

基础教育的总目标是促进学生的全面发展，教师是数学活动的组织者、引导者、合作者。学生是学习的主人，学生的学习方式是多样的，应以自主探索，合作交流为主，只有这样的教与学的方式，学生才能充分利用各自已有的生活经验和思维方式，想出各种各样的算法，才能产生算法多样化。还以 12－9＝？为例，可以这样设计教学过程：先创设问题情境，如兔妈妈拔了 12 个萝卜，给了兔宝宝 9 个，兔妈妈还剩多少

个？当学生列出算式后，就放手让学生探索 $12-9=?$ 可以利用小棒代表萝卜，进行以下操作。

有的学生可能一根一根地减，减掉 9 根，还剩 3 根。

有的学生在拿出 12 根小棒时，是 10 根一捆，还有 2 根，他就会利用已有 10 以内加减法的知识，先从一捆 10 根中减去 9 根，$10-9=1$，$1+2=3$。

也有的学生先从 12 根中减去 2 根，再从一捆 10 根中减去 7 根，还剩 3 根。

有的学生也有可能会联系到在计算 10 以内减法时，有时利用加法来算减法，$9+3=12$，$12-9=3$。

这样就产生了各种各样的算法，每一种算法对学生来说，都是自己独立思考的结果，是一种创新。学生利用小棒代表萝卜，本身就是一个符号化的过程，即使一根一根地减，也是减法意义的应用。能从一捆 10 根中减去 9 根或 7 根，实际上也是对位值制的应用。能利用加法算减法，说明学生初步体会到加减法之间的关系。

又如，在学习两位数乘两位数时，某实验教材安排了一个电影院的情境，每排有 26 个座位，现在有 21 排，一共有多少个座位？学生根据乘法意义，列出乘法算式 26×21 后，怎样计算出得数呢？让学生在个人独立思考的基础上，小组内交流。学生利用已有的知识和经验，进行以下的计算。

有的小组先求出 20 排有多少个座位，再加上 26 个，写出他们的思考过程是：$26\times20=520$，$520+26=546$。

有的小组把 21 拆成 3×7，他们的思考过程是：$26\times3\times7=78\times7=546$。

还有的小组根据一位数乘法中的竖式，自己试着列出两位数乘法竖式，虽然不尽完善，但他们明白每一步表示的意思。

每一种方法都把新知识转化为已学过的知识，这种转化的数学思想，在我们生活中和进一步学习中是非常有用的。

由此可见，提倡算法多样化，学生不仅学习了计算方法，更重要的是有利于发展学生的数学能力。

(2)算法多样化与一题多解之间的区别

算法多样化是不同学生理解数学的表现，也是问题解决策略多样化的一种重要体现。一题多解是要求每个学生对同一道题要用多种方法来解答，如一道应用题，要求学生用整数、分数、方程、比例 4 种方法解答，每解答对一种，给一种解法的分数，这是考查学生不同知识技能掌握的情况。算法多样化是指群体的算法是多样的，通过交流，使学生体会到在解决问题时，存在着各种不同的算法。并不要求每一个学生掌握每一种方法。提倡算法多样化并不是算法越多越好。有的教师为了算法多样化而多样化，把学生的所有算法不加选择地都写在黑板上，使人感到眼花缭乱，这是不可取的。算法多样化是指思考策略的多样化，群体的多样化，因此它与一题多解是有明显区别的。

(3)算法多样化与算法最优化之间的关系

最优方法的获得，常常是建立在多种方法的比较基础上的。有的教师提出：提倡算法多样化如何兼顾算法的最优化呢？言下之意是强调算法多样化会削弱最优化算法的学习。会不会出现这种情况呢？以往的数学教学，可以说是以提倡“算法最优化”的方式来展开的。这里的“算法最优化”，是以成人甚至数学家的观点看，或者说是从数学的角度看是最优的。如方法最简捷，思路最清晰，结论最完全等。“算法最优化”教学内容的选取、组织，都是专家(教育家或数学家)按照数学本身以及教育的规律来完成的，即使考虑学生的特点，也是从学生是否能够接受的角度来处理的。这种教学是以学科、以教师为中心，没有考虑促进学生的发展。事实上，把认为最优化的算法教给学生的做法，只是让学生接受了一些结果，由于学生没有经历各种算法的比较、分析、判断过程，不能体会某一种算法为什么是最优的，更谈不上对算法优与劣的认识。

算法多样化要求提供的数学内容不只是标准的、最优的算法，而是丰富多彩的，更加真实的问题求解过程。有这样一个教学情节，在交流 $45-7=?$ 的算法时，有一个学生说：$7-5=2$，$40-2=38$。过去认为这是不可思议的，怎么能用减数去减被减数呢？这位学生举出很多类似的例子，但只能意会，不能言传，课下与他交谈时，他拿出 4 捆另 5 根小

棒，他说要从 5 根中减去 7 根小棒，还差 2 根，所以要从成捆的 40 根中减去 2 根。学生以自己的经验为基础，以自己的方式来解释现实，这是创新思维的火花，我们一定要保护和支持。不同的学生可能看到事物的不同方面，不存在人人都适用的惟一标准算法。另外，不同的数据特点，可以采用不同的算法，如，$9+2$，从 9 开始，往后数两个数得 11，也能很快算出得数，不见得非要用"凑十"。又如，45×99，不见得非要列竖式，可以用 $45\times100-45$ 也能很快算出得数。因此，在实际教学中，对于学生的不同算法，教师不要急于评价，即使有的学生开始的算法，明显的有些笨拙，也要通过交流和自己的实践，反思自己的算法，心甘情愿地接受别人的算法。更不要轻易否定学生与众不同的想法，重要的是应引导学生通过互相交流，体会各种算法的特点，并选择适合自己的算法。

4. 数的运算与应用相结合

数的运算脱离现实背景，为运算而运算是毫无意义的，因此数的运算必须与应用相结合。下面想通过低、中、高年级各一个教学实例，来说明数的运算怎样与应用相结合。

(1)低年级教学实例

在低年级学生学习百以内数的加减法时，教师让学生解决这样一个问题："我们去春游"。呈现一幅一、二年级同学要去春游的画面：6 个班的代表各举一个牌子，上面写着自己班的人数：一(一)班 27 人；一(二)班 30 人；一(三)班 25 人；二(一)班 30 人；二(二)班 34 人；二(三)班 33 人。需要解决的问题是："每辆车最多能坐 60 人，哪两个班坐一辆车合适？"同学们在解决这一问题时，每人手里都有 6 张卡片，每张卡片上分别写着 6 个班的人数。开始时同学们随意搭配，到最后两个班的人数加起来超过了 60，再进行调整，调整时也需要有一定的策略。在搭配过程中，可以看到不同学生的思维水平，有的学生需要调整多次才能成功，有的学生一次搭配成功，他把卡片人数从小到大排列，把最小的和最大的搭配在一起，把次大和次小的搭配在一起，把中间两个数搭配在一起。然后组织全班交流，说一说自己解决这一问题的过程，同学们兴趣盎然。首先由于题材来自于学生的生活，在解决这一问题时，

要进行多次的百以内加法计算，体会到学习数学的用处，解决问题过程中需要有一定的探索性，但又有学具的支持，能感到成功的喜悦；通过交流，起到互相学习的作用。

(2)中年级教学实例

中年级的一位教师在与学生讨论有关“火车票”的问题。先出示一张火车硬卧票价表(如表 6－2 所示)。

表 6－2　火车硬卧票价表

里程/千米	671～700	701～740	861～900	1551～1660
票价/元	156	163	191	310

解决下面的问题。

①北京到郑州有 689 千米，每张票多少元？

②郑州到长沙有 898 千米，每张票多少元？买 3 张票 500 元够吗？

③北京到长沙有 1587 千米，每张票多少元？

④张叔叔预定 2 张北京到长沙的火车硬卧票，每张需要交手续费 5 元，一共需要多少元？

这一问题也是来自生活实际，但比前面那个问题生活范围扩大了。在解决每个问题时，都需要学生首先看懂火车硬卧票价表，这也是在日常生活中非常需要的。同时要运用多位数乘法的知识，有利于培养学生的应用意识。

(3)高年级教学实例

高年级的一位老师与学生在课上讨论的是“水”。先放一段录像，录像的内容是一个缺水的国家，很多地区土地干裂，人们从远处艰难地背水；另一侧呈现一个没有拧紧的水龙头，“滴答”“滴答”地漏水的场面。激起学生研究没有拧紧水龙头水的流失量与时间之间的关系。教师组织学生作一个小实验，测量一个漏水的纸杯在 1 分钟内流掉的水的体积，并以此为依据预测一个没有拧紧的水龙头一个月将会浪费多少水。采用小组合作学习的方式，每个小组准备一个纸杯、一颗钉子或回形针、一个量筒、一只秒表。小组内进行合理的分工。实验的步骤如下：

①用钉子或回形针在纸杯底部捅一小孔，并用手堵住。

②往纸杯里注水。

③把纸杯放在量筒上面。

④放开堵住小孔的手指，让水漏进量筒，同时开始计时。

⑤以5秒的时间间隔记录水的流出量，直到1分钟结束。

然后用实验记录的数据在坐标系的方格纸上画出时间与流水量的关系图。从图中学生发现时间与流水量是成正比例关系。由于每组操作过程有所差异，算出每分钟水的流失量不尽相同，就要求出它们的平均数。根据这一实验结果，又让学生解决下面问题。

①2分钟将浪费多少毫升水？

②如果水龙头以相同的速度漏水，那么一小时、一天、一星期以及一个月将会浪费多少水？

③查一下你们居住处的水价，计算一下一个漏水管一个月浪费的水合多少元？

④科学研究表明，为了维持人体的需要，除了正常的饮食外，一个人每天应饮水约1400毫升，一个月浪费的水可供一个人多长时间的饮水量？

要想解决上面的问题，学生就要用到数的运算，在运算过程中，可以选择不同的运算方式，首先要用估算，有时可直接口算，有时要用笔算，数目比较大，可以用计算器进行计算。充分体现了数的运算在解决实际问题中的作用，计算与应用紧密结合，同时培养学生动手操作能力和分工合作的团队精神。

第四节　常见的量的教学

常见的量是指“元、角、分”、“时、分、秒”、“年、月、日”、“吨、千克、克”。过去在教学这部分内容时，以掌握单位之间的换算，熟练地进行换算为主。按照《标准》的理念和要求，教学这部分内容时，应注意以下几点。

1. 在现实情境中，认识元、角、分

学生学习数学知识的基础在于其丰富的感性认识，认识人民币的基础是日常生活中的购物活动。学生在这一方面有着一定的生活经验。因此，教学时要充分利用学生原有的生活经验，为学生创设熟悉的情境，使学生体会到学习这部分内容的实际背景。如组织多种多样的模拟购物活动，在活动中认识各种面值的人民币，购买的物品所需的钱数，如何付钱，如何核对找回的钱数对不对。在活动中使学生能正确辨认人民币和各种面值人民币相互之间的关系。

2. 在活动中体验时间单位

时间单位不像长度、重量单位那样容易用具体的物体表现出来，比较抽象，学生不容易接受，单位间的换算也比较复杂。教学时应以学生生活经验为基础，使熟悉学习活动与学生生活经验密切联系起来。如先结合学生的作息时间，认识钟表，会读钟表上的整点、半点以及几点几分。通过各种具体的活动，使学生感受时间单位：时、分、秒有多长。如让学生在一分钟内摸一摸脉搏跳动的次数、阅读的字数、跳绳的次数、走路的步数等，使学生对 1 分、1 秒具有亲身感受，使抽象的时间概念变成看得见、摸得着的东西。还可以围绕学生的作息时间表，进一步深化对时、分、秒之间的认识。1 日有 24 小时，了解 24 时计时法。

通过观察不同年份的年历卡，使学生了解一年有几个月，每个月的天数，平年、闰年的区别，由学生独立计算平年、闰年的天数。通过查找资料，能判断哪年是平年，哪年是闰年。通过报纸、杂志、广播等媒体，使学生初步知道有关季度、旬等知识。

3. 在具体生活情境中感受并认识克、千克、吨

学生在日常生活中都接触过物体轻重问题，但对质量单位还缺乏认识，而且质量单位不像长度单位那样直观、具体，不能只靠观察得到认识，要使学生获得克、千克、吨的明确观念，教师要充分创造条件让学生进行直观的操作活动，使较抽象的质量单位能被学生具体地感知。下面是一位教师在帮助学生建立千克质量单位观念时，组织的数学活动片段。

①称一称。请学生用台秤或弹簧秤称一下两袋盐的质量，知道两

袋盐正好重 1 千克。

②掂一掂。小组内每一位同学掂一掂两袋盐的质量，感觉 1 千克。

③估一估。请学生拿塑料袋装苹果，再掂一掂，估计一下大约多少个苹果是 1 千克，然后再称一称，并互相说一说 1 千克大约有几个苹果。

④找一找。请学生在小组内找一找哪些物体的质量也大约是 1 千克，并称一称，掂一掂。

⑤猜一猜。教师出示 1 千克棉花和 1 千克铁，让学生猜一猜哪个重，然后让学生称一称验证，引导学生再一次感知 1 千克，并感受到物体体积大不一定重。

⑥拎一拎。教师让学生拎一拎 2 千克一袋的米，感受 2 千克的质量。

⑦说一说。教师让学生以千克为单位说一说生活中熟悉的物品和质量。

以上活动都有利于学生对千克有具体的感受。质量单位“吨”比较抽象，可以通过实例，帮助学生推想一吨有多重。例如，到商店去看一看，一袋大米 50 千克，像这样的 20 袋大米就是一吨，使学生对一吨有一些具体的感受。

4. 结合生活实际培养学生的应用意识

生活中的实际问题，往往与常见的量结合在一起的。因此结合生活实际，解决与常见的量有关的简单问题，可以培养学生的应用意识。

例如，学校组织同学看电影，三(一)班有 40 人，每人交 4 元钱，班长把收到的钱整理汇总成表 6－3。请你算一下，收来的钱数对吗？

表 6－3　电影票款统计表

票面	拾元	伍元	贰元	壹元
张数	4 张	16 张	18 张	4 张

这是中年级学生经常遇到的数学问题，运用货币单位的知识进行解决。

结合估算，可以解决一些与常见的量有关的简单问题。例如，每袋

大米 10 千克，一辆载重量为 2 吨的卡车，能否一次装运 210 袋大米？这个问题的解决，方法是多种多样的，其中估计大米的总重量就是解决问题的一种简捷方法。由于每袋大米 10 千克，把 210 袋大米看做 200 袋，它们的质量已经是 2000 千克了，所以一辆卡车一次不能全部装完。

还可以安排一些开放性的问题，供学生选择不同的解决方法。例如，文具店购买一盒彩色笔，每盒 5 元；购买 10 盒彩色笔每盒 4 元。现在学校要购买 35 盒彩色笔作为奖品，至少要付多少钱？学生按一般的购买方法是：每盒 5 元，35 盒就是 175 元。如果学生能合理选择，利用商店的优惠价，那么可以先买 30 盒，只需 120 元，再买 5 盒是 25 元，一共 145 元。生活中这类问题是很多的，如果我们选择一些有代表性的问题，让学生尝试解决，将有助于提高学生解决问题的能力，培养学生的应用意识。

又如，北京到长春的铁路长 1100 千米，火车每小时行 90 千米，已经行了 6 小时(一幅北京到长春的示意图)，让学生解决下面两个问题。

①在图中标出火车的大概位置。

②估计行完全程还需几小时？

这个实际问题，不仅用到了长度单位和时间单位，同时还可以培养学生的估计能力。

第五节　式与方程的教学

式与方程的内容是代数的初步知识，是描述客观世界中数量之间关系的重要模型，也是学生从算术思维飞跃到代数思维，分析现实生活中数量关系的重要载体。学好式与方程的知识，不但可以使学生在数的概念上有所扩展，而且能简明地表达日常生活中数量关系的一般规律，这对学生进一步认识数的本质，发展他们抽象的思维能力具有很大的促进作用。教学中让学生经历从实际问题情景中抽象出式或方程的过程，对学生理解字母表示数的意义和式与方程的模型思想是非常重要的。在教学时应注意以下几点。

1. 在具体情境中学会用字母表示数

"用字母表示数"是学生学习代数式的启蒙阶段,因此必须从他们熟悉的生活中,选择一些典型的数量关系,引导学生学习用字母表示数。

(1)创设熟悉的生活情境以引导学生在探索中抽象出用字母表示数

字母表示数的意义何在?它能给我们带来什么?对这些问题的理解,是发展学生符号感的基础,也可以体会代数式的意义。例如,可以利用师生的岁数这一密切师生关系的话题展开研究。先问一个同学今年多少岁(10 岁),老师告诉同学:"老师比他大 20 岁。"学生就会列出算式:$10+20$。当学生 11 岁时,老师的岁数是 $11+20$;当学生 12 岁时,老师的岁数是:$12+20$;当学生 13 岁时,老师的岁数是 $13+20$…当学生 a 岁时,老师的岁数是:$a+20$。这个含有字母的式子 $a+20$,既表示当学生 a 岁时,老师的岁数,也表示老师和学生岁数之间的关系。

(2)学习用生活实例解释简单的含有字母的式子

以往对代数式的学习,往往是抽象的认识其次数、项数等,然后是四则运算,而忽视对代数式的意义的理解。而代数式是描述和表示数量关系的数学工具,所以,应为学生提供认识代数式的含义的机会,从另一个角度体会代数式的本质。例如,$x-4$ 这个含有字母的式子,根据学生的生活经验,可以有多种解释。如可以表示两人的年龄关系,小青 x 岁,小红 4 岁,那么 $x-4$ 表示小青与小红的年龄差;以表示两种物品的价格关系,甲物品 x 元,乙物品 4 元,那么甲比乙贵 $x-4$ 元;等等。当然,这些练习仅仅限于一些简单的含有字母的式子。练习的目的是能够让学生把含有字母的式子转换成具体实例,这样促使学生看见含有字母的式子,就能联想到实例模型。

2. 引导学生会用方程表示简单情境中的等量关系

学生从用数字符号表示生活中的数量关系,到利用字母符号表示生活中的等量关系,是算术思维方式向代数思维方式发展的一个飞跃。这一飞跃对学生思维层次的提高有十分重要的意义,因此教学的重点要放在具体情境中,用方程建立等量关系,突出方程的思想。

(1)利用天平平衡的关系建立等量思想

方程是含有未知数的等式，因此利用生活中的天平，可以帮助学生了解用方程表示等量关系。教学时，首先介绍天平保持平衡，说明两边相等。如果天平一边放一个苹果，不知有多重，用 x 克来表示，再放一个 10 克的砝码，天平的另一边放 80 克砝码，这时天平两边保持平衡。我们用方程表示它们的等量关系，即 $x+10=80$。

(2)在图像中建立等量思想

图像的特点是直观形象，便于小学生理解。在图像中建立等量思想可以分两步：第一步，如图 6－2(a)所示，先让学生说说这个图像表示什么，然后在这个图像中，要表示公鸡的只数有几种方式(6 只可以表示公鸡的只数，26－20 也可以表示公鸡的只数)，同样的道理，可以讨论母鸡只数和总共的只数的不同表示方式。第二步，将公鸡只数 6

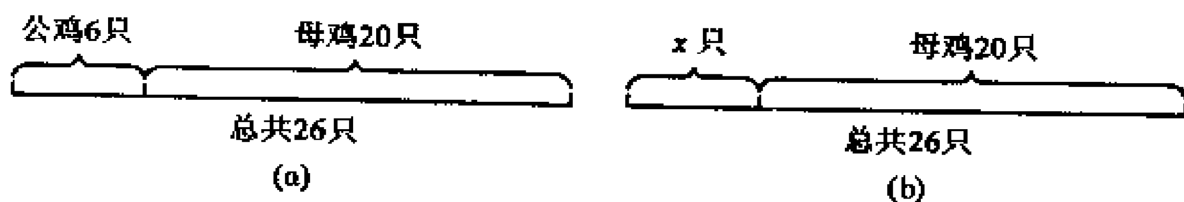


图 6－2 用图像建立等量思想

只改为 x 只，如图 6－2(b)所示。然后再让学生讨论上述几个问题，从而获得这个图像的方程。

(3)在文字表述中建立等量关系

例如，上述的问题可以改为："王奶奶家养了 26 只鸡，其中 6 只公鸡，20 只母鸡。根据这些条件，可以找到哪些等量关系？"由于上述有 3 个数量，因此就可以找到 3 个等量关系(公鸡的只数，母鸡的只数，养鸡的总数)。然后将这 3 个条件中的一个或两个条件改为用字母表示。例如，"王奶奶家养了 26 只鸡，其中公鸡 x 只，母鸡 y 只"。再一次让学生寻找等量关系。

3. 通过具体操作帮助学生理解等式性质并会用等式性质解简单方程

等式的基本性质有两条：一是在等式的两边同时加上或减去一个相同的数，等式仍然成立；二是在等式的两边同时乘以或除以同一个数（0 除外），等式仍然成立。我们原来在小学阶段是利用加与减、乘与除之间的互逆关系来解方程的。利用等式性质解方程是代数方法。在小学阶段，渗透一些代数思想是很有必要的。但必须通过直观演示，帮助学生理解等式性质。例如，利用天平平衡的关系，出示 2 个苹果等于 3 个梨，然后在其两边同时增加一个同样重量的砝码，引导学生观察天平的两边，发现了什么？使学生体会到“在等式的两边同时加上一个相同的数，等式仍然成立”。用同样的方法演示加、减、乘、除一个相同的数的情况，帮助学生理解等式性质。在用等式性质解简单方程时，《标准》中用实例明确说明只限两步。

第六节　正比例与反比例的教学

正比例、反比例是小学最后阶段学习的内容。在此之前，学生已经学习了整数、小数、分数、百分数及其有关的运算，这些都为学生学习正比例、反比例的知识打下了基础。在日常生活中，正比例、反比例知识运用得也很广泛，特别是这部分内容渗透的函数思想，不仅对后续学习有帮助，从当今和未来社会发展来看，也是非常必要的。函数是表示、处理、交流和传递信息的强有力的工具，是探讨事物发展方向的重要手段。给小学生渗透一些正、反比例函数思想，使学生体会到客观事物的多样性和复杂性，进一步体会到数学的广泛应用价值。

正比例、反比例的主要内容有：理解实际情境中的按比例分配，并能解决简单的实际问题；认识生活中成正比例、反比例的量；会将有关正比例的数据在有坐标系的方格纸上画图，并根据其中一个量的值估计另一个量的值等。在学习过程中，必须通过“实际情境”、“具体问题”帮助学生理解和认识以上内容。

1. 在实际情境中理解比例分配并能解决简单的实际问题

按比例分配是在实际生活中经常碰到的一个问题,它的数学意义是应用比的概念,把一个数量按照一定的比例来进行分配的问题。在解决这些问题的过程中,可以帮助学生进一步理解比的意义,比与分数之间的关系,还能使学生运用所学的知识解决一些实际问题。

教学时,必须要在实际情境中帮助学生理解什么是按比例分配。例如,小明、小刚和小军 3 个同学买了 18 个练习本,如果他们拿出的钱是同样多的,那么,每人分到的练习本也是同样多的,可以平均分成 3 份。如果他们拿出的钱数是 3:2:1,那么 3 人分到的练习本也就不同,就要按照拿出钱数的比例来分配。怎样分配呢? 引导学生利用已经学过的整数、分数的知识,加以解决,再在全班轮流,帮助学生掌握解答的方法。

学生掌握了按比例分配的方法后,还可以要求学生利用所学的知识解决一些简单的实际问题。例如,计算公用电表、水表的用电、用水问题;每个家庭的收人中,各项开支的分配;农村年终收益分配;以及果汁、农药的配料等问题。这些实际问题,可以先请学生作一些调查,然后运用学生的调查数据,由学生提出问题并解决问题。

2. 通过具体问题认识成正比例、反比例的量

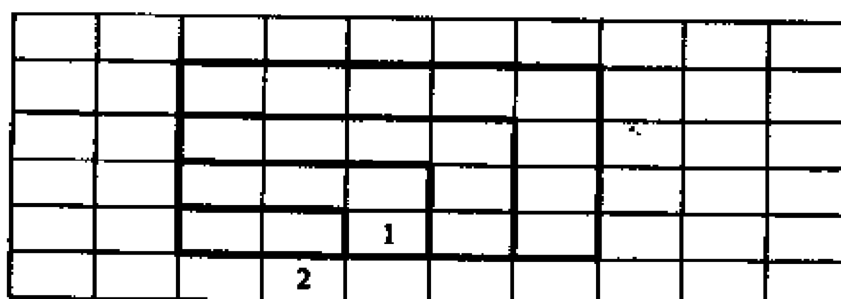
要通过具体问题的讨论,使学生体验和认识成正比例和反比例的量,而不要背诵形式化的结论语。例如,讨论图 6－3 两组长方形长、宽变化趋势。

第一组长方形的长比宽多 1 厘米,而第二组长方形的长是宽的 2 倍。通过在第一组和第二组图下表中填人计算值,学生体会到第一组大小不同的长方形是不成比例的,而第二组中 4 个长方形的长都是宽的 2 倍,比值一定,第二组长方形的长与宽成正比例。

又如,讨论下而 4 个同学有关看书的问题。

(1)小红、小明、小兰、小强都买了一本《神话故事集》。请把每人看完这本书需要的天数填写完整,如表 6－4 所示。

第一组



长（厘米）	2	(3)	(4)	(5)
宽（厘米）	1	(2)	(3)	(4)

第二组



长（厘米）	2	(4)	(6)	(8)
宽（厘米）	1	(2)	(3)	(4)

图 6－3　长方形长、宽变化

表 6－4　每天看书的页数与需要的天数的反比例关系

学生	小红	小明	小兰	小强
每天看的页数	10	15	20	24
需要天数	12	(8)	(6)	(5)

引导学生观察表，从表中发现了什么？先让学生独立思考，再进行交流。学生会发现每天看的页数越多，所需要的时间就相应地减少，而且每天看的页数与需要天数的积（总页数）一定。老师可以说明，像这样的情况，每天看的页数和所需要的天数成反比例。

(2)小红、小明、小兰、小强都买了一本《神话故事集》，请把没有看

完这本书剩下的页数填写完整，如表 6－5 所示。

表 6－5　看完书的页数与剩下的页数的反比例关系

学生	小红	小明	小兰	小强
看了的页数	100	80	60	50
剩下的页数	20	(40)	(60)	(70)

引导学生观察表，看了的页数和剩下的页数是不是成反比例呢？为什么？通过两组问题的对比，使学生在具体情境中了解正、反比例的意义。

3. 根据比例关系的数据作图并估算量的值

能根据给出的有正比例关系的数据，在有坐标系的方格纸上画图，并根据其中一个量的值估计另一个量的值。

学生在了解了什么是成正比例、反比例的量后，初步感受了函数思想，通过将正比例的关系，用坐标系的图像来表示，将加深学生对这方面的认识。例如，

彩带每米 4 元，购买 2 米、3 米……彩带分别需要多少元？

填一填表 6－6 中的对应值。

表 6－6　彩带的长度与所付钱数的正比例关系

长度/米	0	1	2	3	4	5	6	7	…
价钱/元	0	4							

把表 6－6 中长度和价钱所对应的点描在坐标纸上，再顺次连接起来，并回答下面问题：

①所描的点是否在一条直线上？

②估计一下买 1.5 米的彩带大约需要多少元？

③小刚买的彩带的长度是小红的 3 倍，他所花的钱数是小红的几倍？

在上述实例中，有些学生在具体操作中，常常会找不到对应点，当然作图也就会失败。所以在教学中，我们可以先出示实例，先让学生尝试做一做，然后通过交流，帮助学生找准对应点。坐标系中的图像是反

映购买彩带与所付钱数形成的正比例关系。虽然学生在作图时用到的都是整米数及所付的钱数,但是,在这一函数的直线图像上,不仅能看出整米数与所付钱数成正比例关系,而且每一点上都是反映这种正比例关系。因此,在教学中要让学生讨论其中一些“点”的实际意义。例如,“估计一下买1.5米的彩带需要多少元?”那么1.5米大约在哪一点上?它所对应付款的钱数又怎么看呢?都可以在学生中展开讨论。上面坐标系上的图像是反映购买彩带的长度与所付的钱数的正比例关系。根据这一关系,来回答第3个问题。

4. 找出生活中成正比例和反比例量的实例并进行交流

在生活中存在着大量的数学问题,如果不善于观察,即使在眼前的实例,学生也会视而不见。对此,我们要求学生找出生活中成正比例和反比例的实例时,既要利用他们生活中已有的经验,又要让他们能运用所学的正比例、反比例的知识重新去观察生活。例如,可以组织学生到商店看一看购买同样价格的物品,购买的数量与所付的钱数之间的关系。还可以组织学生“换零钱”活动。一张壹佰圆人民币,换成而值壹圆人民币多少张?换成贰圆人民币多少张?换成面值伍圆、拾圆、贰拾圆、伍拾圆呢?用学过的知识解释这些现象。也可以让学生独立举例,并在小组内交流。

第七节 探索规律

数学是模式的科学,寻找和发现周围世界事物之间的关系以及事物的变化规律,构成了数学学习的重要内容。同时,发现关系和探索规律的过程,也是发展学生探索能力的过程。“探索规律”作为数与运算中的独立内容,并不是说在教学中仅仅安排一些专题训练,而应把这种“探索规律”的活动,结合其他方面内容的学习,渗透到教学的全过程中去。可以从下而几方而来培养学生探索规律的能力。

1. 在数的排列中探索规律

一组有序的数,其排列可能表现出某些规律。对此,为了让学生能

够体验到这方面的感受，可以在数的认识部分，安排一些探索规律的活动。例如，给出一组数据，让学生观察其内在的规律，然后按发现的规律，填出后面的数来。值得注意的是，从已给的数据中发现规律，可能是多样的，因此所填的数据也是不惟一的，只要学生能说明正当的理由，就应予以肯定。

例如，在下列括号中填上合适的数，并说明理由。

①1　2　1　1　2　(　)　(　)　(　)

②1　2　4　7　(　)　(　)　(　)

③0.5　1.5　4.5　(　)　(　)　(　)

第①题是简单的数的排列，其特点是3个数为一个周期不断重复，即每个周期为1,1,2。

第②题是按照数的逐渐增大排列，其特点是前后两个数的差按1,2,3,…逐渐增大的。对于这些规律的揭示，要求学生先独立思考，再进行充分讨论，让学生自己来发现其中的规律，教师不要把这些规律直接告诉学生。

第③题这一序列可以从多角度来思考。从前后两个数的倍数关系来思考，后一个数是前一个数的3倍，所以第4个数应填13.5；第5个数应填40.5；第6个数应填121.5。如果从前后两个数的差来思考，前后两个数的差是1,3,5…因此，第4个数可以填9.5；第5个数填14.5；第6个数填20.5。可以让学生充分讨论，答案是不惟一的，只要合理就可以。

2. 在数的运算中探索规律

一些简单的算式，由于运算中的数有规律的变化，从面形成其结果也出现了有规律的变化。例如，观察下面一组算式，并在括号里填上合适的数。

$2+1=3$

$2+2=4$

$2+3=5$

$2+4=(\quad)$

$2+5=(\quad)$

这是一组比较简单算式的变化规律，一般学生都容易找到，还可以两个加数同时有规律的变化，让学生找出结果的变化规律。在减法、乘法、除法中也可以组织类似的探索规律活动。

到了中年级，可以利用计算器帮助学生探索数的运算中的规律。例如：

先用计算器算出下面每组各题的积，再找一找有什么规律？你能不能分别继续写出 3 道题，并直接写出它们的积？

$1\times1=1$　　　　$9\times9=$

$11\times11=$　　　　$99\times99=$

$111\times111=$　　　　$999\times999=$

学生就要观察前后两组题两个因数之间的关系，才能继续写出后面的 3 道题来，学生还要观察得数的特点，才能直接写出后 3 道题的得数。这种找规律的活动，学生是很感兴趣的。

到了高年级，结合所学的内容，也可以组织一些探索规律的活动，例如：

计算下面各题，你发现了什么规律？根据这一规律，你能继续编出两道题吗？并直接写出得数。

$1/2+1/4=$

$1/2+1/4+1/8=$

$1/2+1/4+1/8+1/16=$

学生首先要观察每道题前后两个加数之间的关系，后一个加数的分母是前一个加数分母的 2 倍，还要观察到这 3 道题之间的关系，后一道题比前一道题多一个加数，才能继续编出两道题。还要观察每道题和的特点，第 1 道题的得数是 3/4，第 2 道题的得数是 7/8，第 3 道题的得数是 15/16，正好都是 1 分别减去每道题最后一个加数得到的。根据这一规律，才能不再进行计算，直接写出编出的两道题的得数。

3．在图形的排列中探索规律

与数的排列类似，一组有序排列的图形也可能表现出某些规律，通过学生的观察，发现规律，并进一步画出更多的符合规律的图形，是培养学生探索规律、发现规律的另一途径。例如，在图 6－4 横线上填上

合适的图形，并说明理由。

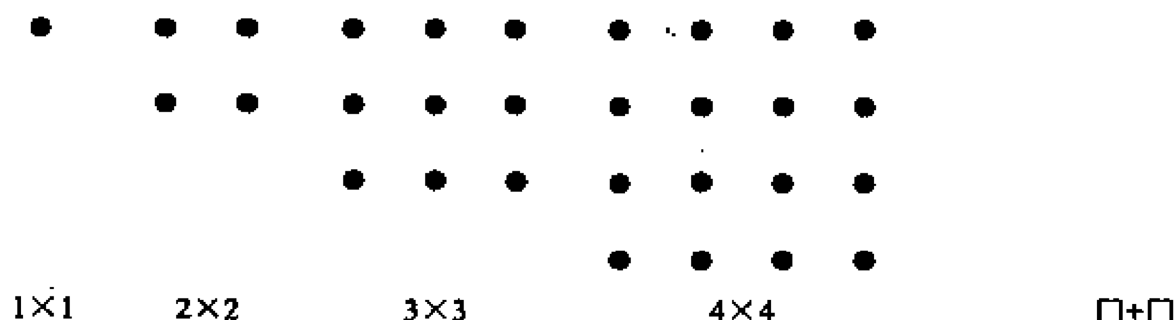


图 6－4　小正方形的排列

上述的图形排列中，第 1 个图形是由 1 个小正方形组成；第 2 个图形是由 3 个小正方形组成；第 3 个图形是由 6 个小正方形组成，并且图形的形式上表现出规律，因此，通过学生的观察，发现规律，然后按照规律继续画出第 4 个图形，它可以是由 10 个小正方形组成的。当然这个规律的发现，也应在学生的讨论中，让他们自己去发现。

到了高年级，可以继续通过一些与图形有关的内容培养学生发现规律的意识和能力。例如，通过图 6－5 的“点阵”，探索规律，并画出下一个“点阵”。

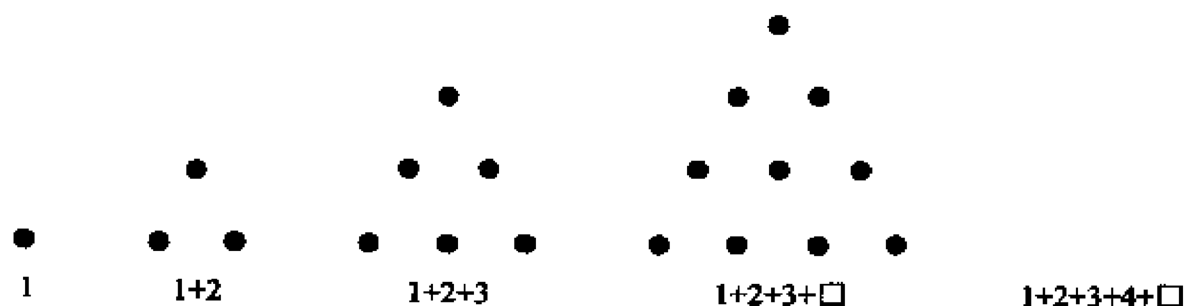


图 6－5　三角形点阵的排列

第 6 个点阵有(　　)个点？第 8 个呢？

又如正方形点阵，如图 6－6 所示。

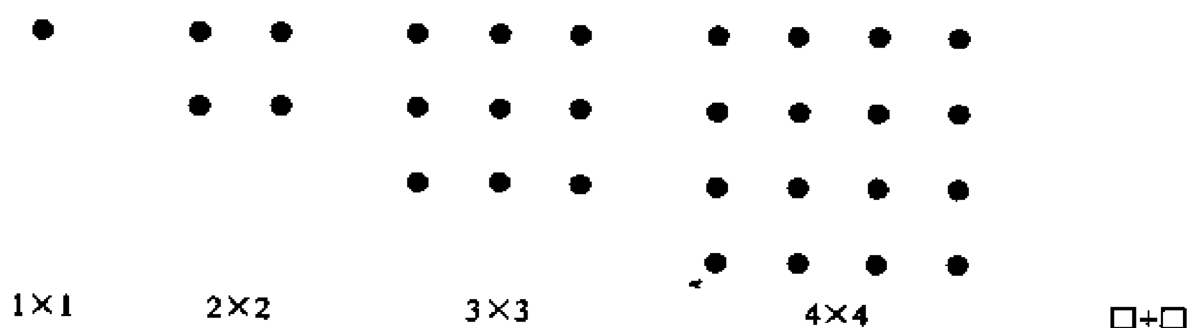


图 6－6　正方形点阵的排列

第 8 个点阵有（　）个点。

学生根据已知的图像，探索规律才能画出下一个图像。在回答第 1 个问题中第 6 个点阵有多少个点和第 2 个问题中第 8 个点阵有多少个点时，学生要根据规律，通过计算才能得出，体现了图像与计算相结合。以上活动，都有利于培养学生探索规律的能力。

第八节　应用问题及其数学

现代信息技术的飞速发展，极大地推进了数学应用的发展，使得数学几乎渗透到每一个科学领域及人们生活的方方面面。学习数学，不能仅停留在掌握知识的层面上，而必须学会应用。只有如此，才能使所学的数学富有生命力，才能真正实现数学的价值。这就要求我们必须注意从小培养学生的应用意识。

1. 重视对学生应用意识和能力的培养

传统教材也强调知识的应用，反映在解答应用题上，应用题是小学数学的主要内容之一，也是小学生学习的难点。应用题自成体系，分为 11 种，包括简单应用题、复合应用题、一般应用题、典型应用题、分数应

用题等。虽然也强调不要分类型，但教材的编排是一类一类出现的。为了要安排这类应用题，而此类应用题在生活中又很少遇到，不可避免地就会脱离生活实际，人为编造的痕迹比较明显，造成应用题不适用。例如，在学习了分数问题之后，为了训练学生应付各种各样情况的应用问题，我们常常会见到这样的题目：一个洗澡盆，有两个注水管，单开甲管，10 分钟注满，单开乙管，12 分钟注满；洗澡盆的底部，还有一个漏水管，一盆水 8 分钟漏完，如果 3 个管齐开，几分钟可以把洗澡盆装满水？实际想一下，在现实生活中，有谁是这样放洗澡水的？这样的问题就缺乏实际背景，“人为”背景太重。过去对应用题的教学，着重于分类型，套公式，对学生进行解题技巧的反复操练，训练学生掌握解题术，学生能应付卷面上的各类问题，但遇到生活中需要解决的现实问题，却束手无策了。例如，在学习百分数应用题时，课本上和教师在课堂上经常会有这样的训练：男生 20 人，女生 22 人。女生人数是男生人数的百分之几？男生是女生人数的百分之几？女生人数比男生人数多百分之几？男生人数比女生人数少百分之几？男生人数是全班人数的百分之几？女生人数是全班人数的百分之几？全班人数是男生人数的百分之几？全班人数是女生人数的百分之几？这种脱离实际绕口令式的练习，使有些学生腾云驾雾。经过反复训练，大部分学生掌握了。但是，遇到这样的实际问题：有两家商店卖同样的商品，一家是“买十送一”，一家是“一律九五折”，哪家便宜呢？你想买多少？在哪家买合适呢？一些学生却不知所措了。

为了使学生真正感受到数学的应用，培养学生的应用意识，应该使学生尽可能地真正接触现实的情景和问题，通过自己的探索和理解解决这些问题，避免套用模式，使数学的应用问题学习变成机械的训练。现行的《标准》是非常重视培养学生的应用意识的，体现在以下几个方面。

(1)强调使学生认识到现实生活中蕴含着大量的数学信息，数学在现实生活中有着广泛的应用。

无论从数学的产生还是从数学的发展来看，数学与日常生活有着广泛联系，小学阶段的数学内容，走到大街上到处可以找到，因此，有的

专家把小学数学称为“街头数学”，说明它与日常生活的密切联系。新学生入学伊始，教材中通过卡通人物讨论什么是数学的对话，就将学生带进了生活化的数学的世界，智慧老人：“数学就在你的身边。”淘气：“我认识到5个小朋友。”笑笑：“汽车的轮子是圆的。”机灵狗：“嘻嘻，这就是数学！”学生从入学第一天起，就体会到生活中处处有数学，数学就在我们身边。随着年级的升高，让学生找一找生活中的大数，商品标价中的小数，报刊杂志中的百分数；找一找生活中哪些问题可以用乘法解决，哪些问题可以用除法解决。这些都有利于培养学生认识到现实生活中蕴含着大量的数学信息，数学在日常生活中有广泛的应用。

(2)面对现实问题时，能主动尝试着从数学角度运用数学知识和方法寻求解决问题的策略。

现实世界有许多现象和问题隐含着一定的数学规律，需要人们从数学的角度去发现、去探索、去寻求解决策略。一个缺乏应用意识的人，会对这些现象和问题视而不见，听而不闻。当然更谈不上会有什么发现了。例如，有一个孩子说：“我有一串五色珠子，共98颗，每种颜色颗数相等。”从数学的角度来审视这句话，这是不可能的。因为98除以5是有余数的，不可能每种颜色颗数相等。通过教师的引导以及不断地渗透数学的应用意识，孩子谈论数学的时间会多起来。去超市买东西，可能会主动将所买东西的总价进行估算，检查与购物小票中的总数是否相符。购买花布时，观察哪些图形是对称图形；欣赏图案时，研究这些图案是由哪些基本图形经过平移或旋转形成的。以上例子，说明学生面对实际问题，能够主动尝试着从数学的角度运用所学的知识和方法寻求解决问题的策略，这是数学应用意识的重要体现。

(3)面对新的数学知识时，能主动地寻求其实际背景，并探索其应用价值。

在引进新知识时，老师总是要通过实际背景，创设具体情境，以便使学生现解数学源于生活。但仅仅如此并不能确保学生具有应用意识。学生只有不局限于教师提供的例子，才能应用所学的知识去解决新问题。例如，在学习了平均数后，有一个数学故事(有危险吗?)用两张连环画的形式呈现。第一幅画：生1：“我不会游泳。”生2：“这个游泳

池平均水深1.2米。”第二幅画：生1在想：“我身高是1.3米，跳下去有危险吗？”学生在帮助生1解决“有危险吗？”这一问题时，要主动与“平均数”这一概念的实际情境联系起来。游泳池平均水深1.2米的意思是有的地方水深低于1.2米，有的地方高于1.2米。总的说来，在这个游泳池里游泳是危险的。这样为知识的应用找到生长点，从而体会数学的应用价值。

学生应用意识的培养贯穿在知识技能的4个领域的内容中（数与代数、空间与图形、统计与概率、实践与综合应用）。主要通过两个基本的课程渠道：第一个渠道，结合每部分具体内容学习解决实际问题；第二个渠道，开辟实践与综合应用的学习领域。培养学生的应用意识。

2. 解决实际问题与应用题解题练习的差异

现在的解决实际问题与过去的应用题解题练习不是一个名称上的变化，有其本质上的区别。第一，解题综习着重寻找答案；而解决实际问题着重寻找解决问题的过程和方法。第二，解题练习往往针对某个知识和技能，着重对某项数学技能进行练习；而解决实际问题着重于“如何”将一般知识和技能运用到新情况中，具有综合性的特点。第三，解题练习着重快速获得正确答案；而解决实际问题具有一定的创造性，是一种探索和研究的活动。第四，解题练习可以对某一类习题反复演练；而解决实际问题中的“问题”具有新颖性。

现在的解决问题与过去的应用题在呈现形式上也有很大的不同，表现在以下几个方而。

(1)题材的现实性、趣味性和思考性

题材的内容应该是学生熟悉的内容，而且是现实生活中可能发生的，低年级儿意应反映他身边的事，或者小动物拟人化；随着年级的升高，学生生活范围的扩大，题材的内容可以联系社会实际，如体育中的数学，大型体育比赛各国获得奖牌情况；交通中的数学，计算火车里程表中两地之间的距离等。有时问题的设计需要对原来的素材有一个去粗取精的过程，但不要太精细，不失其现实性；根据儿童的心理特点，问题设计应该注意有一定的趣味性，语言和内容应有童趣，新教材采用数学游戏、数学故事等形式，很受学生欢迎；问题的呈现应该能激起学生

的思考，需要学生对已有的知识进行组合、思考，才能找到解决问题的方法。例如，学生认识了“倍”以后，练习中可以安排这样一个问题：让学生看清图 6－7 的意思，独立填算式，并说一说算式的意义。



图 6－7　淘气与机灵狗比身高

问题中没有现成的数据，这就给学生一定的思考空间。学生要利用自己的生活经验和已有知识，从图中观察到每个南瓜的高度一样，把南瓜摞起来的高度作为一把尺子，淘气有 9 个南瓜那么高，机灵狗有 3 个南瓜那么高，从而找到淘气身高与机灵狗之间的倍数关系。

（2）呈现形式多样化

呈现的形式可以有表格、图形、漫画、文字等形式，学生需要从表格、图画里人物之间的对话中获取信息，有时信息多余，需要学生去选择，有时信息不足，需要学生设法间接获取。这样安排，更贴近现实生活。例如，到商店去购买所需物品，商店中商品琳琅满目，给我们很多的信息量，这就要选择需要的信息。呈现形式多样化就是把这些生活情境用漫画或表格的形式呈现出来，要求学生会看懂漫画，读懂表格，才能解决问题。

（3）解决策略多样化且答案可以不惟一

解决策略多样化是为了鼓励学生独立思考，用自己的方法去解决问题，可以通过操作、画图、列表、列算式等方式。列的算式也可以不尽相同，答案可以不惟一，只要合理就可以。这样做，有利于培养学生的创新思维和实践能力。例如，在学习了有余数除法后，可以安排学生去公园游玩租船的问题：每条船限坐 4 人，21 个同学去划船，至少要租几

条船？怎样分配合理？在回答第一个问题时，有的学生用小棒摆出来的；有的学生列出除法算式：21÷4＝5…1，需要6条船。在回答第二个问题时，学生就用小棒或其他学具摆出多种分配方案，但都认为把剩下的一个同学放在第六条船上是不合理的，因为这样分配这个同学太寂寞了，同时也不安全。

培养学生应用意识的另一个渠道，是通过实践与综合应用的环节来进行。它是探索性、实践性和应用性一类的学习活动。要求学生独立自主地探索，应用所学的知识和思想方法进行实践和解决问题。它的形式可以是多样化的，包括小的制作活动、小的调查、小的访谈等。不同的年级采用不同的形式和内容。例如，一年级安排“小调查”，你校一年级有几个班？每班各有多少人？哪班学生人数最多？哪班人数最少？二年级安排的“小制作”，利用学过的图形，在方格纸上设计漂亮的图案；三年级设计旅游计划，包括游览景点，出发时间，回来时间，乘车所需时间，共需时间，查找资料画出旅游路线示意图，估计费用等。这些活动的背后有一定的思考含量，要求学生运用所学的知识，经过自主探索和合作交流，解决与生活密切相关的具有一定挑战性的问题，发展学生的应用意识。（由于在其他章节专门论述，这里不再赘述。）

3．如何进行解决问题的教学

我们要打破过去应用题教学的模式，一类一类地讲解和反复地练习。首先要放手让学生从图画、表格、两人对话等情景中获取信息，明确要解决什么问题，然后组织学生自主探索，可以通过学具操作，也可以画示意图，还可以进行模拟表演等各种途径，提出解决问题的计划，在个人独立思考的基础上，再在小组或全班交流，在交流的过程中反思自己的想法，哪些方面应该坚持，哪些方面可以改进，这就是解决问题的过程。提高学生解决问题的“能力”，是不能靠讲解让学生获得的，只有让学生经历解决问题的全过程，亲身获得体验逐步形成。

组织全体学生参加到解决问题的过程中去，是提高学生解决问题能力的最好途径。首先要让学生“身临其境”，你就是情景中的“主人公”，要来解决这个问题，这时，学生就能发挥主动性和积极性。在解决问题的过程中，鼓励学生策略多样化，只要合理就可以。有时，有的学

生的问题没有解决或有错误，但不等于他全部失败，要肯定其成功部分，再加以点拨，增强其自信心，积累解决问题的经验，逐步提高解决问题的能力。

下面介绍一位老师在组织学生解决问题时的教学片段。这部分内容是在一年级下学期，学习了百以内加减法后安排的。

首先让学生看懂图6－8的题目意思。教学时，可把各班人数做成卡片，让学生进行搭配，在此基础上让学生进行交流。学生可能会有多种方法，如九从小到大排列等。教师要鼓励学生进行尝试和探索，从中培养学生有条理的思考习惯。



图6－8 春游乘车巧搭配

师：从这幅图中你看到了什么？

生1：同学们要去春游，一、二年级同学代表手举牌子，上面写着班次以及各班的人数。

生2：他们要坐汽车，每辆车最多坐60人，两个班坐一辆车，要让我们分配一下哪两个班坐一辆车合适？

师：什么叫"每辆车最多60人"？

生3：每辆车只能坐60人，或比60人少一点，但不能超过60人。

生4：两个班加起来的人数不能超过60人，但又要两个班坐一辆车。

师：现在同学们都知道我们要解决什么问题了。老师上课前发给每人6张卡片，每张卡片上都写了各个班的班次和人数，同学们可以用

卡片搭配一下，哪两个班坐一辆车？

（教师巡视，发现不同的搭配过程，为全班交流做准备）。

师：现在咱们交流一下，你是怎样搭配的？

生5：第一辆车：一(1)班和一(2)班，27+30=57(人)；第二辆车：一(3)班和二(3)班，25+33=58(人)；第三辆车：只剩下二(1)班和二(2)班了，30+34=64(人)超过60人了，我用二(1)与其他班交换，调整了好几次，都没有成功。

师：如果再给你一些时间，我相信你可能也会成功的，听一听别的同学是怎样想的？

生6：我看到一(2)班和二(1)班都是30人，先让这两个班坐一辆汽车；剩下的4个班中，我又看到一(1)和二(3)班的人数合起来正好是60人，这两个班坐一辆车吧！剩下一(3)班和二(2)班了，25+34=59(人)，没有超过60人，可以坐第三辆车。

（生5点头示意）

生7：我的办法是把各班人数按从大到小排列，把人数最多的班和人数最少的班搭配在一起；次多的和次少的搭配在一起；中间两个搭配在一起。一次就能成功。

（大家点头称赞）

师：刚才我们为一、二年级同学春游分配汽车，想出了很好的分配方法，现在我们要给三、四年级同学春游分配汽车，请把卡片翻过来，就是三、四年级各班的人数，请你用自己喜欢的方法帮助他们搭配一下。

（大家不约而同地用生7的方法）

这位老师引导学生从图中获取信息，在帮助学生了解了要解决什么问题后，放手让学生利用学具，自主探索怎样搭配。在交流中对没有搭配成功的同学肯定成绩，给以自信；组织学生倾听别人的想法，对自己的想法进行反思，帮助学生逐步积累参加数学活动的经验，提高解决问题的能力。

思考与练习

1．“数与代数”的主要内容有哪些？你怎样看待“数与代数”这部分

内容的教育价值？

2.《标准》中“数与代数”的内容和教学要求与过去大纲相比，有什么区别？

3. 在“数与代数”的教学中，怎样培养学生数感，写出案例片断。

4. 你怎样理解“鼓励算法多样化”，写出案例片断。

5. 为什么把数的运算教学与解决问题结合起来，这和过去应用题教学有什么不同？

第七章　空间与图形的教学

第一节　空间与图形教学的意义、内容和要求

数学的研究对象是现实世界的数量关系和空间形式。数和形也是小学数学的基本内容。在数学中，研究形的分支学科叫做“几何学”。作为小学数学教学内容的“空间与图形”仅仅是几何学中初步的、简单的、浅显的，而且是小学生能够接受的部分。

要在小学打好数学的初步基础，不但应使学生学习数与四则运算，还应学习空间的知识和常见的几何形体，并且通过形的学习，培养学生初步的逻辑思维能力和空间观念。

充实几何教学内容，已成为各国小学数学教材改革的共同趋势。

一、教学“空间与图形”的意义

空间形体知识不仅在日常生活和生产中有着广泛的应用，对于培养小学生初步的逻辑思维能力和空间观念以及解决实际问题的能力，帮助他们初步领会数学思想方法、形成数学意识和训练理性思维，都有独特的不可替代的作用。

1．培养思维能力

在“空间与图形”的教学中，可以培养学生初步的比较与分类、分析与综合、抽象与概括、判断与推理等逻辑思维的能力。因为认识图形的特征，需要对感性教材进行分析和比较；研究概念之间的关系，需要同中求异，或异中求同，在分析的基础上比较事物的异同，进而根据概念的定义和图形性质进行推理，做出判断。

2．培养初步的空间观念和创造力

"观念",是客观事物在人脑中留下的概括的形象,它可以离开事物凭记忆重现。"空间观念"是在空间知觉的基础上形成的、关于物体的形状、大小和位置关系的表象。它是在综合同一类事物的多次感知的基础上形成的,是记忆的重要形式,是想像的必要材料,是形成空间想像力的基础。"空间与图形"的教学对于培养创造力也十分重要,因为发明创造最基本的要素是空间观念。

3. 培养应用数学的意识和用形的知识解决简单的实际问题的能力

通过学习空间形体知识,以及在测量、绘图和求积等活动中运用这些知识,可以帮助学生逐步学会从几何的角度去观察周围的事物和认识它们的特性,培养学生应用数学的意识和运用形体知识去解决简单的实际问题的能力。

4. 渗透"数形结合"思想,与"数"的教学彼此沟通,互相促进

由数学中不同的分支学科来研究的数和形,自从17世纪以来,出现了思想方法上的飞跃。我们既可以把数量关系转化为图形性质,使其具有鲜明的直观性;也可以把图形性质转化为数量关系,从而使几何问题能用代数的方法来研究。

华罗庚说过:"数无形时少直观,形无数时难入微。"数学教学要求把抽象的教学内容形象化,这就需要运用图形。这种抽象中的形象是数学教学中卓有成就的重要因素。

5. 几何学在数学教育中的地位比20世纪更为重要

在20世纪末高新技术的发展过程中,几何学原理得到了空前的应用。无论是在CT扫描、核磁共振等医疗成像技术上,还是在机器人、光盘、传真、无线电话以及高清晰度电视等最新电子产品上,都广泛采用了传统的和现代的几何理论。在人类进人信息社会的今天,几何学对社会发展的贡献越来越大。21世纪的数学教育应当把几何学放在头等重要的地位。

二、"空间与图形"的教学内容和编排

根据教育部2000年制订的《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用修订版)》,各年级的几何教学内容如表7-1所示。

表 7-1　小学各年级几何教学内容

一年级	二年级	三年级
·长方体、正方体、圆柱和球的直观认识 ·长方形、正方形、三角形和圆的直观认识	·直线和线段的初步认识 ·角的初步认识	·长方形和正方形的认识和周长 ·平行四边形的直观认识 ·面积的含义。长方形、正方形的面积
四年级	**五年级**	**六年级**
·直线的测定。测量距离(工具测、步测、目测) ·射线。直角、锐角、钝角、平角、周角 ·垂线、平行线及其画法 ·三角形的特点、分类与内角和	·平行四边形和梯形的特征 ·平行四边形、三角形和梯形的面积。组合图形 ·长方体和正方体的特征和表面积 ·体积的含义。长方体和正方体的体积	·圆的认识。圆周率、画圆 ·圆的周长和面积 ·扇形的认识 ·轴对称图形的初步认识 ·圆柱的认识。表面积和体积 ·圆锥的认识和体积 ·球和球的半径、直径的初步认识

2001 年颁布的《全日制义务教育教学课程标准(实验稿)》将小学数学中的“几何初步知识”改称“空间与图形”,作为课程内容的一个领域。并且指出:“空间与图形的内容主要涉及现实世界中的物体、几何体和平面图形的形状、大小、位置关系及其变换,它是人们更好地认识和描述生活空间并进行交流的重要工具。”“空间与图形”的内容按“图形的认识”、“测量”、“图形与变换”和“图形与位置”四条线展开。这四条线都以图形为载体,以培养几何直觉、空间观念和推理能力,以及更好地认识和把握我们赖以生存的现实空间为目标。不仅着眼于理解和掌握一些必要的几何事实,面且强调学生经历自主探索与合作交流的过程,形成积极的态度与情感。课程标准规定的关于“空间与图形”的教学内容如表 7-2 所示:

表 7－2 小学各年级"空间与图形"的教学内容

	图形的认识	测量	图形与变换	图形与位置
一至三年级	·认识长方体、正方体、圆柱和球 ·从不同方位观察物体 ·认识长方形、正方形、三角形、平行四边形和圆 ·描述长方形、正方形的特征 ·用长方形、正方形、三角形、平行四边形或圆拼图 ·认识角、直角、锐角和钝角 ·能对简单几何形体分类	·量长度 ·认识长度单位。会换算、会选用长度单位 ·估计和测量长度 ·长方形、正方形的周长 ·认识面积的含义和面积单位。会换算、会选用面积单位 ·长方形、正方形的面积公式 ·估计面积	·感知平移、旋转和对称 ·在方格纸上将简单图形平移 ·认识轴对称图形 ·在方格纸上作简单图形的轴对称图形	·用上、下、左、右、前、后描述物体的相对位置 ·在东、南、西、北、东北、西北、东南、西南中给定一个方向，辨认其余七个方向。能运用这些词语描述物体所在的方向 ·能看懂简单的路线图
四至六年级	·认识两点确定一条直线和两条相交直线确定一个点 ·能区分直线、线段和射线 ·两点间的距离 ·认识周角、平角、直角、钝角、锐角 ·两条直线平行和相交(包括垂直) ·认识平行四边形、梯形和圆 ·用圆规画圆 ·三角形的认识与内容和三角形两边之和大于第三边 ·认识等腰三角形、等边三角形、直角三角形、锐角三角形和钝角三角形 ·认识长方体、正方体、圆柱和圆锥 ·长方体、正方体和圆柱的表面展开图 ·从不同方位看物体	·用量角器量角。按指定度数画角 ·用三角尺画 30°、45°、60°、90°角 ·三角形、平行四边形和梯形的面积公式 ·圆的周长和面积公式 ·用方格纸估计不规则图形的面积 ·体积的意义和单位。体积单位的实际意义和换算 ·长方体、正方体和圆柱的表面积和体积公式 ·圆锥的体积公式 ·实物体积的测量方法	·确定轴对称图形的对称轴 ·在方格纸上画一个图形的轴对称图形 ·用方格纸将简单图形按一定比例放大或缩小。体会图形的相似 ·认识图形的平移与旋转 ·在方格纸上将简单图形平移或旋转 90° ·欣赏图案。运用平移、对称和旋转在方格纸上设计图案	·比例尺。能根据给定的比例尺进行图上距离与实际距离的换算 ·根据方向和距离确定物体的位置 ·描述简单的路线图 ·用数对表示位置。在方格纸上用数对确定位置

三、"空间与图形"的教学要求

1. 关于"图形的认识"

·使学生认识常见的平面图形、立体图形及其特征，以及图形之间的区别和联系(图 7－1)。



图 7－1

·认识常见的立体图形的表面展开图，能辨认从不同方位看到的物体的形状。

·正确理解和使用所学的几何名词，能根据图形的名称想像出该图形的表象，发展学生的几何直觉与空间观念。

·使学生学会运用形体知识推理、计算和解决简单的实际问题，进行思维训练，提高运用数学的意识和解决实际问题的能力。

2. 关于“测量”

·使学生掌握有关测量的知识和方法。初步建立长度、角度、面积、体(容)积等几何量的概念。

·会用数方格的办法直接计量图形的面积。掌握常见几何形体的周长、面积和体积的计算公式和“割补”、“双拼”等积变换的方法。

·会用刻度尺和量角器计量长度和角度，或按指定的长度画线段，按指定的角度画角。

·会用直尺、三角板和圆规按指定的条件画直线、垂线、平行线、三角形、长方形、正方形和圆。

·会用测量工具进行简单的土地丈量，会计算形状比较简单的土地面积。

·初步学会估计长度和面积，会估计一些不规则图形的面积和不规则物体的体积。

3．关于“图形与变换”

·结合实例，认识“平移”、“旋转”和“对称”。

·能在方格纸上，画平移或旋转90°或对称的图形。

·认识图形变换的内容，体验图形变换的方法，会按一定的比例将简单图形放大或缩小。

4．关于“图形与位置”

·认识“上、下、左、右、前、后”的意义，并能用来描述物体的位置关系。

·能辨认东、西、南、北、东北、东南、西南、西北，明确这8个方向之间的关系。能用这些词语描绘物体所在的方向。并能根据东、南、西、北中的一个方向辨认其他7个方向。

·能根据方向和距离确定物体的位置。能用数对表示物体的位置。

·会看简单的路线图。能用路线图描述相对位置。

·理解比例尺的意义，能根据给定的比例尺进行图上距离与实际距离的换算。

第二节　小学生空间观念的培养

空间是物质存在的形式。无论是无机物还是有机物，无论是自然物还是人造物，大到天体，小到分子、原子，都有其特有的空间结构，它包括组成这一物质的内部微观结构和外部空间中的形状、大小与位置等宏观结构，这形成了不同的空间模式。

空间模式与空间推理是空间观念形成和发展的基础，为诠释与描

述物理环境提供了一种重要的手段。同时,也可以作为学习其他数学知识和学科知识的工具。空间观念的形成和发展,有助于数学的创造性思考及赋予许多抽象数学概念以及具体形象的意义。

传统小学数学课程中的几何知识内容,偏重计算而忽视空间观念的形成与培养。这也常常导致了教师和学生对数学的片面认识,以为数学就是计算。这不仅影响了大脑的全面发育,也影响了数学创造性思维能力的发展。针对传统小学几何课程存在的弊端,新课程将"空间与图形"学习内容进行了一定的改革,增加对这些图形的形状、位置与变换以及空间推理知识的学习,以此来促进学生空间观念的形成与发展。

1. 空间观念含义

空间观念的含义是什么?《标准》采用描述的方式陈述了6个主要方而。

(1)能由实物想像出几何图形,由几何图形想像出实物的形状,能进行几何体与其三视图、展开图之间的转化。

这是一个建立在学生已有生活经验和空间知觉基础之上由具体到抽象,再由抽象到具体的视觉图像的转换过程。在这个转换过程中,具体到抽象是基础。在"由实物想像出几何图形"的过程中,需要通过观察、思考、抽象、概括,把握实物形状的基本特征,在大脑中形成反映实物形状基本特征的表象,并加以编码、存储形成记忆。如把直尺想像为线段,火车铁轨想像成平行线,方盒子想像成长方体,等等。而"由几何图形想像实物的形状",如由线段联想到直尺,平行线联想到火车铁轨,长方体联想出方盒子等,这是一个记忆搜索、信息再现的心理过程,两者构成了互逆的思维过程。在这个过程中,学生们获得了想像、构建的机会和经历。

(2)能根据条件做出立体模型或画出图形。

这是基于记忆搜索和信息再现下的实践操作过程。虽然做立体模型和画图形需要手工制作技能和画图技能,但其主要成分是空间想像。无论是将实物图画成立体图形或平而展开图,还是根据平面展开图做出一个立体模型,都需要在大脑中反复地进行实物形状与几何图形之

间的转换，并通过尝试和动作操作来实现。

(3)能从较复杂的图形中分解出基本的图形，并能分析其中的基本元素及其关系。

这是空间观念在分析和抽象层面上的表现，是空间观念中十分重要的方面。它是超越经验层面上的整体感知，着重于抽象层面上的分析思考，是空间观念的重要发展与深化。这种发展与深化本质上是已有的空间知识与几何经验在大脑中的加工和重组，表现出空间想像力和创造性解决问题的能力。如在计算L形组合图面积时，没有直接适用的L形面积公式可用，需要用割补的方法将其分解为若干部分，再去分析图形间的关系。如学习三角形这个图形时，将其分解为3条边和3个角6个基本元素，然后去分析三边之间、三角之间及边和角之间的关系，由此获得三角形的一系列性质，这是高层次思维产生的思维产品。

(4)能描述实物或几何图形的运动和变化。

如果说"分析图形的基本元素及其关系"是对图形性质的静态研究，那么"描述实物或几何图形的运动和变化"，则是从操作和变换的角度对图形性质作动态研究。这是空间观念进一步发展的重要内容。与过去的《大纲》相比，新课程在这方面增加了许多内容。如在第一学段的内容要求中，要求"①结合实例，感知平移、旋转、对称现象。②能在方格纸上画一个简单图形沿水平方向、竖直方向平移后的图形。③通过观察、操作、认识轴对称图形，并能在方格纸上画出简单图形的轴对称图形。"在第二学段内容要求中，进一步提出"①用对折等方式确定轴对称图形的对称轴，能在方格纸上画出一个图形的轴对称图形。②能利用方格纸等形式按一定比例将简单图形放大或缩小，体会图形的相似。③通过观察实例，认识图表的平移与旋转，能在方格纸上将简单图形平移或旋转90°。④欣赏生活中的图案，灵活运用平移、对称和旋转在方格纸上设计图案"。

(5)能采用适当的方式描述物体间的位置关系。

方向和位置实际上是对空间关系的认知。在日常生活和其他一些领域里，对空间关系的认知是重要的技能之一。这里所说的"适当的方

式”,可以是图形方式、符号方式,也可以是语言方式。在生活和学习中,对物体间位置关系的描述不是割裂的,而是相互联系、互为补充的。在这3种描述方式中,语言描述是基本的方式。《标准》在第一学段中关于方向和位置等空间概念的描述基本上属于定性方式。其词语分为以下3类。

①基本概念词语:反映相对位置的基本词语,如上、下、前、后、左、右。反映绝对位置和方向的基本词语,如东、西、南、北。

②复合概念词语:由两个或两个以上的基本概念词语所组成的词语,如东北、东南、西北、西南、左前方、左后方、左上方、右下方等。

③衍生概念词语:基本概念词语加上动词、介词或名词等衍生出的空间概念词语,如向东、向西、向南、向北、向上、向前、向后、天上、地下等。

第二学段对方向和位置的描述由定性提升为定量。要求学生能对方位和距离加以定量描述,以此来确定物体的位置,并进一步发展为用数对来表示位置(如学校在公园的东偏北30°方向的100米处。)及在方格纸上根据数对确定位置。

(6)能运用图形形象地描述问题,利用直观来进行思考。

这实际上是把空间观念作为一种思维方式,一种工具在解决问题中的应用。在这个过程中,图形已不再是纯粹的几何意义上的视觉形象,而被赋予了其他信息和意义,成为信息的载体,或者称之为“智力图像”,如数学中经常用线段图来表示实际问题中的各个量之间的数量关系来帮助分析、思考解决问题。在与他人交流和沟通中,为了使别人能更好地理解某个问题,人们经常用直观的方式,以图形语言作为辅助方式来描述问题。如用一串长方形或椭圆形框图来形象地描述某项操作的思维流程、活动的模式或计算实施的路线图。对于小学生来说,主要是学习用线段图或其他图形去描述问题中相关量之间的关系,以帮助思考解题方法和更好地与他人交流。

2. 空间观念培养的教学策略

空间观念的形成和发展是空间感知(视觉、触觉和听觉)不断提升为时间认知(思维)的过程。婴儿呱呱落地,睁开双眼,便第一次朦胧地

感知到他眼前物体的形状、大小和位置。这是无须教授的自然认识过程，是一个主动建构的过程。在从婴儿到幼儿，再到少年的成长过程中，随着大脑发育日趋完善，语言能力不断发展，活动范围不断扩大与动手能力的不断增强，儿童从现实生活获得了日益丰富的空间知识和经验。因此，学生的空间知识和经验与现实生活关系非常紧密，是发展和培养空间观念的基础，而现实生活则是发展和培养学生空间观念的源泉。

如何在数学教学中培养小学生的空间观念？研究者和教师进行了很多有益的研究和探索，归纳起来，主要有这样几个教学策略。

(1)充分利用学生已有的知识和经验，发展空间观念。

小学生在上学前已积累了丰富的空间知识和经验，它们是发展学生空间观念的宝贵资料。这些资源作为空间新知识的生长点，对激发学生的兴趣、降低认知度和形成新知识链，不可或缺。例如，小学一年级第一学期学习“上、下、前、后及左、右”等方向、位置基本概念词语，都属于原始概念，很难用语言去阐述它们的意义。主要依靠此前已具有的空间知识和经验。观察发现，3 岁幼儿已能区分“上、下”，并会根据指令“把桌子上的糖块拿来”，把“凳子放在桌子上而”进行操作。而 5 岁幼儿对“前、后”概念的意义也已十分熟悉。老师们发现，一些儿童由于学龄前不知道左和右，在学习由主体找左和右位置的客体时便显得十分困难。“充分利用学生已有的知识和经验”中的“充分利用”意指“尽一切可能利用”和“利用一切可能”。为能做到这一点，教师一方而要通过向学生个别询问，与学生交流沟通、去了解学生知道了什么，还不知道什么，以及大多范围的学生有所知和知道什么程度。另一方而，要思考如何根据学生已有的知识和经验设计教学活动。一般来说，创设与学生已有知识和经验关联度大的问题情境，回归现实原型，容易激活学生已有的相关知识和经验。如一年级学生学习“前、后”概念时，有的教师根据小学生在幼儿园或家里已懂得前、后的含义，便运用了本班同学坐在教室里上课这一直实情境。要求学生指出某个同学的前而坐的是谁，后面坐的是谁。接着又问这个同学的前面坐的是谁，后而坐的是谁。在此基础上让学生用自己的话提出问题，去寻找相应位置的同

学。类似的问题可以提出很多，使较多的学生(在时间容许的情况下)，能参与到这一学习活动中来。通过这一活动，使学生学会用适当的方式去描述空间中的两个物体间的前后位置，并理解前、后位置的相对性，从而提高了学生对“前、后”概念的认识，发展了空间观念。

(2)尊重和探索学生的空间认知规律，发展空间观念。

事物的发展都有客观规律，不以人的主观意志为转移。同样，学生对空间的认知也有一定的规律，如在教学“上、下”、“前、后”、“左、右”这些位置概念时，教师们发现二年级小学生普遍对“上、下、前、后”这4个位置掌握得较好，而对“左、右”这两个位置掌握得较差。台湾学者许民阳(1994年)对台湾202位小学二年级学生的调查中发现，他们对“上、下”、“左、右”位置的客体的答对率下降为67%，二者相差14个百分点。至于找两客体的左右相对空间关系，答对率更降至42%。这一结果表明，小学生掌握“左、右”这两个空间位置关系词语确实有相当的困难，这(无论是我国大陆还是台湾地区)便是小学生的空间认知规律。为此在教学中需要分阶段去学习有关“左、右”概念，而不能企求用一、两节课在小学二年级让学生一步到位掌握“左、右”概念知识。如果教师尊重并按照学生的认知规律去培养学生的空间概念，便会收到事半功倍的效果，否则事倍功半，甚至浪费功夫。当然，在理论上或理念上，没有人会对此提出异议。问题在于我们对学生空间认知的规律了解得还很少，虽然我们会想到空间认知应遵循简单到复杂、由易到难、具体到抽象、现象到本质、整体到局部这样一条路径，然而这种高度概括的一般规律还应回归到具体的空间知识学习中去，这样才具有可操作性。因此，这里所说的“尊重”认知规律的一个重要含义是强调树立和增强一种“尊重”认知规律的意识。当我们在设计教学活动时，不妨先反问自己：我这样会合乎空间认知规律吗？教学设计中的这一自我监控措施虽然不足以保证我们一定能按照空间认知规律去进行空间知识教学，但可以减少盲目性，少做违反认知规律的事情。

(3)开展实践活动，发展空间观念。

实践是认识的源泉，也是检验认识正误的惟一标准，更是掌握知识、形成能力的必由之路。《标准》强调：“应注重通过观察物体、认识方

向、制作模型、设计图案等活动，发展学生的空间观念。"因此，在"空间与图形"教学中，必须重视学生的实践活动，丰富学生的空间活动经验，使空间观念在实践活动中得到发展。

常见的实践活动有：

摆一摆：例如：有 3 根小棒可以摆一个△，摆两个△最少用几根小棒？

做一做：例如，把尺子放在数学书的左边；用 3 个正方体搭你喜欢的物体；从正面、上面、侧面进行观察，并在小组内交流。

折一折：例如，把长方形、三角形、圆的纸分别折成一样的两部分，怎么折？剪一剪，比一比。

画一画：例如，在方格纸上把▱向上平移 3 格。（图略）

剪一剪：例如，剪一个自己喜欢的对称图形，在全班进行展览。

[案例 1]

教学内容：一年级"方向与位置"中的"路线图"教学。

教学过程：

（呈现一幅 3 个小朋友从家到敬老院的路线图，如图 7－2 所示。）

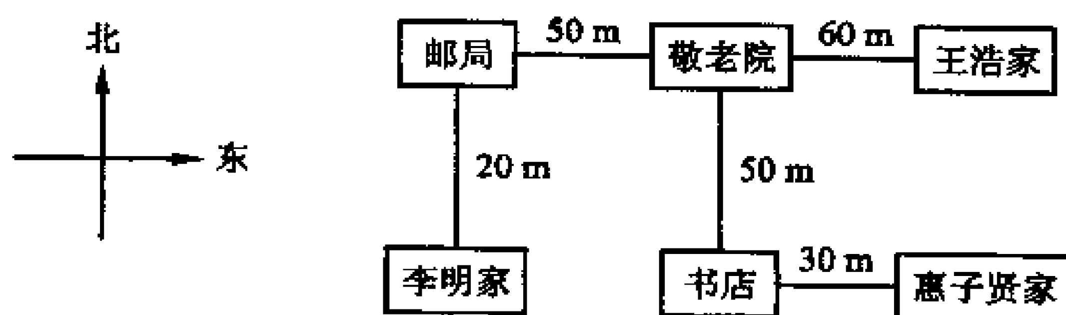


图 7－2　3 个小朋友从家到敬老院的路线图

师：这 3 个小朋友，分别要从自己家去敬老院，要怎么走呢？小组同学说一说。

（小组汇报略）

师：他们要从敬老院回家了，怎么走呢？

生 1：王浩从敬老院向东走 60 米回到家。

……

师：在生活中你能辨认方向吗？

生:(齐答)能!

教师请一位女生出来,要求边走边说自己行走的路线。

生2:(沿着课桌通道边走边说)我先向北走1步,再向西走3步,走到大门,再向东走4步,再向北走5步,再向东走4步,再向南走1步。

师:她说得对吗?

生:(齐答)对。

师:谁还愿意在教室里走一走,说一说?

(此时又一位女生离开座位,边走边说。)

生3:我先向北走1步,再向北走1步,然后再向东走3步,再向西走3步,再向南走2步。

(回到原地)

……

简评:在这个"路线图"教学片段中,可以看到,教师在学生解决了去敬老院的路线问题后,并未像以往那样,满足于学生会解题的认知水平上,而是进一步设计了"走一走,说一说"的实践活动,通过学生在教室里边走边陈述自己行走路线的活动,做到知行结合,这样,不但发展了学生的空间观念,而且也发展了学生的实践能力。

第三节　测量的教学

测量的含义是指出某个物体具有多少单位的某种属性。一个测量总是带着一个测量单位,而一个测量加上它的测量单位称为一个量。例如,表7-3中的属性、量、测量和测量单位。

表7-3　测量属性的元素

属　性	量	测　量	测量单位
长度	20厘米	20	厘米
面积	18平方米	18	平方米
体积	324平方厘米	324	平方厘米

测量知识和技能对学生的日常生活是很重要的。如了解自己的身

高、手指的长度、腿长和上身长的比、裤子的长度、鞋子的号码、桌子面积的大小、房间大小等，都需要测量。

《标准》关于测量的教学内容大致可分为测量物体的长度、图形的周长和面积(长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形及圆等)、物体的体积和容积以及角的测量4部分。

1. 与测量相关的数学知识

一般来说，测量活动包含以下5种基本性质。

(1)标记。所有测量活动都包含“用数字标记物体特征”的动作。例如，在测量一根木棒的长度后，可以说“这一根木棒长75厘米”，这里用75来标记这根木棒的长度特征。

(2)比较。对不同物体进行同一属性的测量活动后都包含“比较”的动作。经过比较后，如果是对长度进行比较，便会得到“AB比CD长”、“CD比AB长”或“AB和CD等长”3种结论中的一种。

(3)相等。当测量结果发现两物等长时，标记这两个物体的长度也应相等。

(4)单位复制。各种测量都有一个测量的“基本单位”，在测量的过程中，通常用复制的方式来表示所测量物体是由多少个基本单位构成。

(5)可加性。两个物体的空间测量结果通常是可加的。例如，两张桌子合起来的长度，等于这两张桌子有关边长的和。

2. 测量教学的策略

(1)注重在生活情境中开展测量知识的教学。

测量源于生活，学生对测量的意义、不同的测量对象、测量单位、测量工具和方法等知识的理解都离不开实际生活中的素材。因此，无论是测量的知识还是运用测量知识解决问题教学，都应注重联系生活，创设具有现实背景的问题，在生活情境中开展测量知识的教学。

例如，关于线段长度的测量，传统的教学教材从长度单位入手先讲“米、厘米的认识”，并直接指出“要想知道东西的长短，可以用尺去量”。(北京版小学数学第三册，1994年)。新课程一改以往的做法，从学生学习用的课桌长度问题入手，让学生“估一估，课桌有多长?”(北京大新世纪版小学数学实验教科书，2002年)学生根据自己的生活经验，既可

以用手"拃"(手张开时大拇指与小拇指间的距离)去量,也可以用铅笔或其他物品去量,然后再通过比较等环节引出测量单位的意义。再如,学习长方形周长及计算知识时,也改变了过去直接呈现纯几何的长方形图表,而是改为量黑板的周长。

下面是一节长方形周长教学《花边有多长》(三年级)的教学片段,从中可以了解和体会教师是如何创设具有一实背景的情境问题来进行长方形周长教学的。

[案例 2]

教学内容:长方形周长的学习。

教学过程:

①创设情境、引导学生参与新课

师:同学们,再过几天学校就要举行布置教室的展览活动,看一看我们的这块黑板该怎么装扮一下呢?

生 1:可以把黑板好好刷一遍。

生 2:可以在黑板上画上美丽的图案。

生 3:可以给黑板贴上花边。

师:同学们的主意都不错,如果我们要给黑板贴上花边,那要准备多长的花边呢?

生 4:可以先量一量黑板的周长。

(让学生讨论如何量黑板的周长)

②探究新知

(略)

简评:从这个教学片段中可以看出:其一,教师所创设的问题情境,具有开放性和指导性。学生在思考怎样装扮黑板这一问题中,提出了3种设想,其中一种设想"给黑板贴上花边"与本节课教学目标"结合具体情境,探索并掌握长方形周长的计算方法"有直接联系。其二,情境问题"黑板花边需多长"的解决反映了计算长方形周长的必要性,使学生从中又一次体会到数学知识与现实生活的密切联系。

(2)在学生"做数学"活动中,建构和理解测量知识,体验测量过程并获得测量活动经验。

教师可以从学生的生活经验和已有的知识出发，在生动、有趣的情境中呈现富有挑战性的材料，提供充分的数学活动机会，如观察、估计、测量、比较等一系列活动，引导学生在自主探索和充分交流的过程中理解测量的意义，不同测量对象与测量单位，掌握长度、面积、体积(容积)的计算方法。例如，在学生用不同工具测量同一物体(如用手"拃"、用铅笔和文具盒量课桌)长度的活动中，引导学生交流讨论：用不同的测量工具量同一个物体得到的数不同，那么怎样去比较不同物体的长度呢？从而体会统一测量单位的必要性。再如，在讲物体长度测量时，教师可让学生分组进行"腰围的长"、"门和窗户的宽"的长度比较活动。还可以请学生说一说身体的哪些部位可便于当测量单位(如利用脚掌长测量地砖的边长，利用步长测量教室的长和宽等)。教师在教学中，应尊重学生的个体差异，对探究出的各种不同的方法，不管简与繁，只要合理、正确，都应加以肯定。与此同时，也需引导学生进行比较，学习他人更好的方法，提高自己。

在测量活动中，应关注学生的情感、态度及对测量的体验：学生是否喜欢并积极主动地参加到测量活动中去，是否愿意和善于合作，在测量活动中学生是如何不断调整自己的策略、创造性地解决问题的。

[案例 3]

教学内容：《长方形周长》的教学。

教学过程：

师：刚才通过大家的探究，已经知道了长方形周长的计算方法。现在请大家想一想，我们如何去求教室前面这块黑板的周长呢？

生 1：只要量出黑板的长和宽就可以了。

师：好，老师这里准备了皮尺。下面请 2 位同学到前面来，量黑板的长和宽。

(学生情绪高涨，纷纷举手，要求参加测量出黑板长和宽的活动。教师从中随机找到了 1 名男生、1 名女生)

(2 名学生，从黑板的左边开始，一人将卷尺的 0 刻度对准黑板长边端点，另一人拽直尺，在卷尺尽头用粉笔画下记号，然后向右接着量，恰好为两个量尺长度。最后在黑板上板书：长 4 米。其他学生专心地

注视着这 2 名学生的操作过程)

师:皮尺长 2 米,接连量两次得到黑板长是 4 米。他们量得对吗?

生 2:对!

(接着,这 2 名学生去量黑板的宽。他们站在黑板右边框的地方,当女生将皮尺的 0 刻度线与右边框上面的端点对齐时,另一位男生发现自己个子太矮,把胳膊举直也够不着右框的顶部。这时,这位男生把胳膊放下,左顾右盼,思考怎样解决这个难题(此时其他学生也在思考解决的方法)。他看到了右框旁边有一只小格,于是灵机一动,改为用皮尺去量一个方格的边长,恰好是 10 厘米,然后数一数方格。从下到上一格一格地数,共 10 个方格,于是在黑板板书:宽 1 米)

师:(很兴奋)真是太棒了!当他们遇到黑板上框太高够不着时,没有用卷尺直接去量,而是利用黑板上的方格,间接、轻松地量出黑板的宽,创造性地解决了黑板宽的长度测量,这个方法老师也没有想到。真是太好了!值得我们学习!

(学生一齐鼓掌)

简评:这一教学案例给了我们很多启示。其中最重要的一点是,问题情境具有挑战性,这种挑战性并非是人为的,而是真实自然存在的。解决这一挑战性问题的策略不惟一,而是多样的,绝大多数学生通过观察和思考都能解决,具有普遍的适应性。同时,也可以看出,解决问题的策略上表现出两种不同的水平:一种是横向的物理操作水平(用凳子这类实物增高直接量黑板宽边长);另一种是高一级的智力操作水平(借助子小方格边长和黑板宽与小方格边长的数量关系间接量出黑板宽的边长)。因此,黑板周长这类测量活动为学生的发展和有效合作提供了比较充分的空间,是一个成功的范例。

(3)在解决虚拟测量问题中掌握计算方法,形成技能和发展能力。

在教科书上出现的周长、面积与体积计算多数无须通过实际测量来得知结果的虚拟问题。例如,"一块长方形草地,长 16 米,宽 4 米,这块草地的面积是多少平方米?周长是多少米?","边长为 12 厘米的正方形纸,可以剪成面积是 4 平方厘米的小正方形多少个?"。例如,图 7-3 所示问题(图表说明:4 个长方形是绿化区域,在两条垂直的路上铺

地砖)。

①绿化面积是多少?

②每块水泥砖是边长为 1 米的正方形,铺路共需多少块水泥砖?

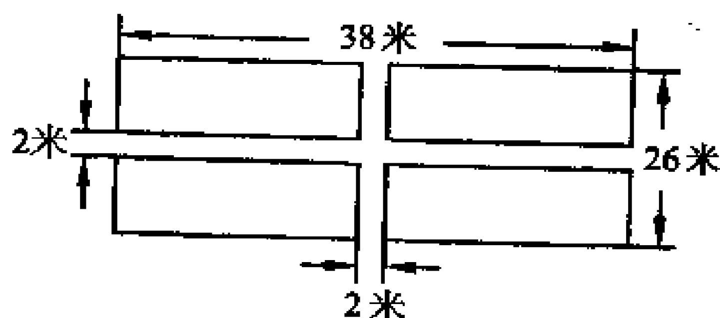


图 7－3　绿化小区面积图

这类问题针对性明确,目的单一,对学生掌握计算方法、形成技能和发展能力具有不可低估和代替的作用。因此,对此类练习应予以高度重视。在学生练习中,要关注方法、计算的准确性和熟练程度,鼓励学生创造性地解决问题。除此之外,还应关注学生在练习中出现的问题,并有针对性地加以指导。根据研究 80％以上的学生能正确地由给定图形的边长直接导出图形的周长。但若让学生由某个给定边长的图形推算面积时,他们经常将面积计算成周长。组合图形和不规则图形练习有利于学生形成灵活运用各种基本图形面积公式和数学方法解决问题的能力,对发展学生分析问题和解决问题能力具有重要作用。在解决这一类问题中,教师应把关注点着重放在解决问题的策略(或方法)上,鼓励学生从不同的角度思考,并用多种方法去求解。

例如,计算图 7－4 图形的面积(至少用 3 种方法)。

多数学生运用割补法想出了如图 7－5 所示的 4 种解法。

一些同学另辟蹊径,想出了新颖、独特的如图 7－6 所示的解法。

(4)通过多种途径培养学生的量感。

以往在教学长度单位、面积单位和体积单位时,只注重记忆和计算,不重视对各种测量单位的认识和感知,其结果是学生只会算,不会估;头脑中只有数,没有量,影响了量感的形成。

量感是对空间测量单位和量的把握和感知,主要表现为 3 个方面:

其一,对空间测量单位的感知。

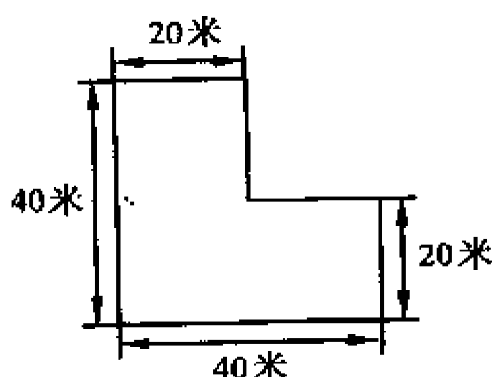


图 7－4　计算图形面积

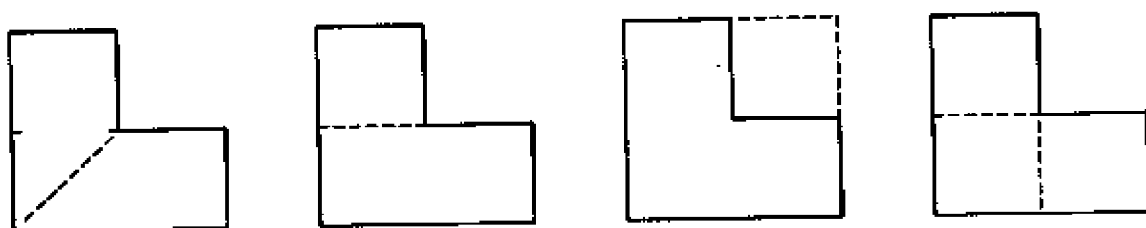


图 7－5　4 种计算图形面积的方法

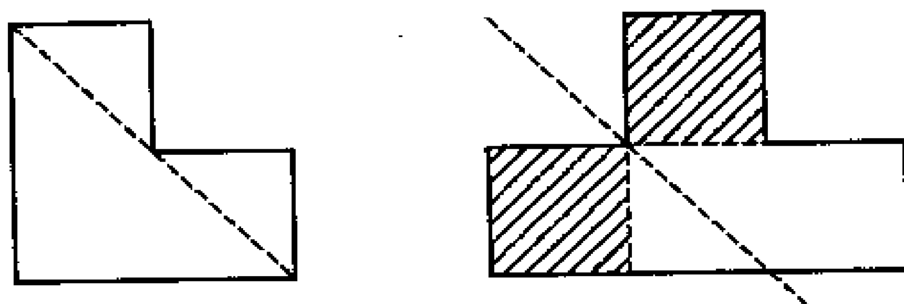


图 7－6　另外两种计算图表面积的方法

具体表现为形成表象，能进行想像或表象比喻。如三年级小学生对长度单位“米”的量感，可表现为当他见到“米”这个长度单位时，能立刻在头脑里浮现出 1 米长的细木棒表象或 1 米长的线段的表象，也可表现为另外一种感知方式：平时走路，迈两步长约为 1 米，或相当于 2 块大的方地板砖拼在一起的长度，等等。对“厘米”的量感，可以想像成一颗普通葵花瓜子的长度。对面积单位“平方米”的量感，一般地，小学生难以形成抽象的边长为 1 米的正方形表象，但容易在头脑中形成边长为 1 米或接近 1 米的方桌桌面表象。为了培养小学生对“平方米”的量感，有的教师在教室的地面上画出或围出一个边长为 1 米的正方形，

然后让学生往正方形里面站，一个挨着一个，数一数一共站了多少人(大约可站 9～10 名儿童)，通过这一实践活动在学生头脑中形成 1 平方米的量感。

其二，具有选取适当单位的能力。

实际上这是在“对空间测量单位感知”基础上的进一步要求，它与解决问题中提高测量效率，恰当表示精确度以及简化测量结果呈现有着直接的关系。例如，一棵高约 34 米的大树，改用“厘米”做单位，便要写成 3400 厘米，如果改用“毫米”做单位，就要写成 34000 毫米，与“米”做单位相比，显然太麻烦了。因此，在测量教学中，需要使学生获得和积累根据被测对象适当选取单位的测量经验。如测铅笔长度、豆芽长度、小鱼长以及地板砖、玻璃厚度等较短、较薄物体的长度或厚度时通常用“厘米”做测量单位，测旗杆高、楼高、山高、河宽以及房间长、宽等较高、较宽的物体长度通常用“米”做测量单位。而测麦粒、黄豆、绿豆、稻谷等微小物体长度通常用“毫米”做测量单位。

其三，能恰当估测物体的空间量。

对物体空间量的估测分为定性和定量两个层次。定性层次是指能判断两个(或多个)物体空间量的大小比较。它主要依赖于空间的知觉。例如，图 7－7～图 7－11 的估测练习。

①选择长的棒画“√”。

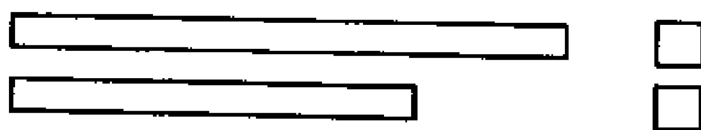


图 7－7 估测物体长度

②选择蜘蛛爬行的最长的路线，画“√”，最短的路线画“○”。

③选择面积最大的画“√”，面积最小的画“○”。

④选择体积最大的画“√”，体积最小的画“○”。

⑤选择最大的角画“√”，最小的角画“○”。

定量层次是指能估测出物体的空间量。它既依赖于不同测量单位的感知与经验，又依赖于丰富的测量经验和空间表象的积累，要求有较高的空间感知。能恰当估测物体的空间量是量感的高水平表现。就小

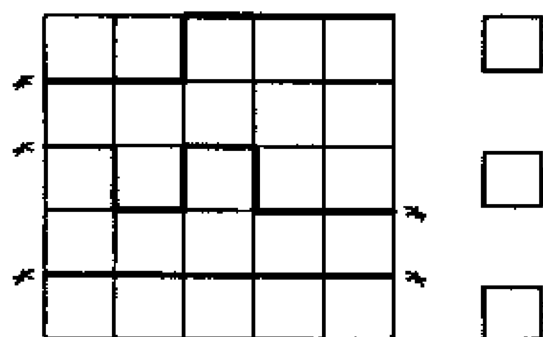


图 7－8　估测线段长度

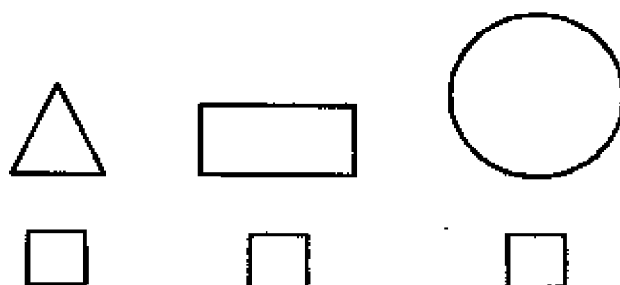


图 7－9　估测几何面积

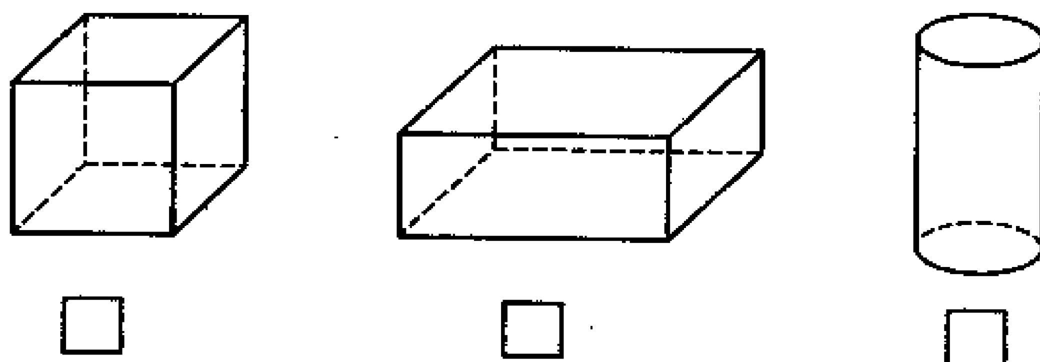


图 7－10　估测物体体积

学生的空间感知能力来说，有研究认为，定量层次表现为应能恰当估测大于 1 毫米、小于 1 厘米的微小物体长度，如黄豆、绿豆、玉米粒、稻米粒、麦粒的长等；大于 1 厘米小于 20 厘米较小(短)物体的长度，如铅笔、圆珠笔芯、铅笔盒、书、硬币、小鱼、蚯蚓、小瓷砖的长等。对于超过 1 米长的物体长度的估测，小学生能否做到与是否需要，目前尚未见到相关研究报告，这里也就不作具体要求了。关于角的度数、图形面积与

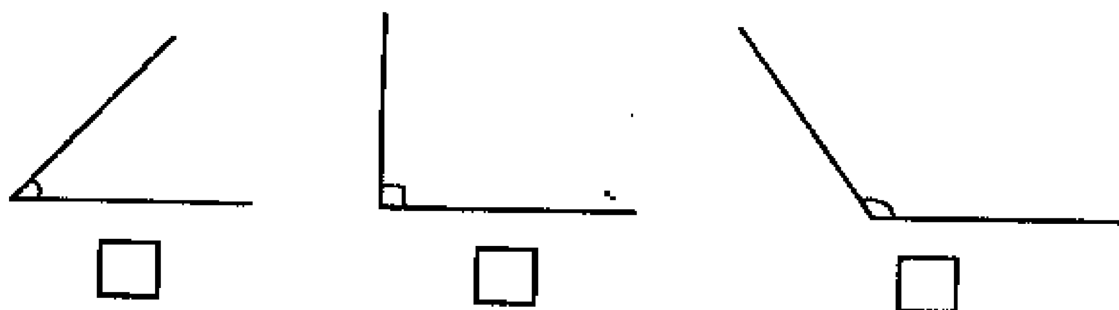


图 7－11　估测角度

物体体积的估测不宜作硬性要求。

以上所举空间量的估测所用的测量单位都是公用的标准单位。除了用标准单位估测外，在生活中也时常借助其他物品（铅笔、书、报纸、绳等）或人身体的不同部位去进行估测。如前面提到的利用手拃、脚掌、步长，也可以将两臂左右平伸两手间的距离“庹”（tuǒ）作为长度单位去估测较长物体的长或较粗物体的周长。

下面谈谈怎样培养学生的量感。培养学生的量感主要有两个途径：

一是，注重实测活动。在实际测量中观察、感知测量单位，体验被测物体的空间量，并在这个过程中形成表象和记忆。如在建立了“厘米”这一长度单位后，安排学生“量一量，铅笔有多长？”的实测活动。测量是一种工具性操作技能。在实测活动中，教师要指导学生如何使用刻度尺，明确铅笔长是指铅笔哪两部分间的长度？在实测中，由于操作上和工具精确度等多方面因素的影响，很难做到精确无误。假设铅笔长 12 厘米后，应让学生观察铅笔的长短和刻度尺上的量数，以形成表象记忆。在此基础上，让学生想像 2 支这样长的铅笔头尾连在一起摆放，用手比划一下，有多长，是多少厘米？再例如，为让学生形成 10 米和 100 米的量感，教学时，教师可以在课桌前及操场上先测量出 10 米和 100 米的距离，用小旗一类物体做标志，先让学生注意观察，产生空间感。然后让每个学生实地走一走、数一数所走的步数和所用的时间，说一说走完后的感受。接着还可以根据刚才的体验安排学生想像一下 1 千米大约要走多少步，大约要走多长时间。

二是，注重估测活动。估测活动不仅是培养学生量感的有效途径，而且也是发展学生解决问题策略的途径，在现实生活中有着广泛的应

用。因此，在测量教学中，教师应让学生有较多的机会从事估测活动。例如，教师可让学生估测1粒大米长约几毫米？一根木条中竹竿长约多少厘米？也可以要求学生不用刻度尺剪一段长5厘米的绳子，等等。下面是涉及估测策略的几个例子。

估测图7－12图形的面积。

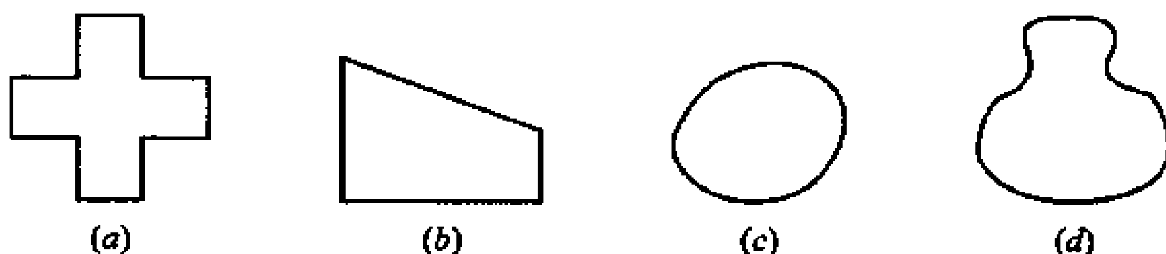


图7－12 估测图形面积

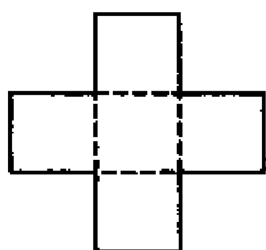


图7－13 估测策略

观察图形(a)的特征，为便于估测，一个较为简便的策略是，可以将其分割为5个大小相同的正方形，如图7－13所示，于是只需估测其中一个小正方形面积(选择平方厘米作为面积单位)，再乘5便得到整个"＋"字形的面积了。图形(b)是一个梯形，可以用边长为1厘米的小正方形纸片(面积为1平方厘米)去铺这个梯形，对不够1个小正方形大小的部分再用出入相补的策略估测解决。图形(c)为不规则曲边形，其估测策略与图形(b)类似。图形(d)(葫芦形)也是不规则图形，可将其分割为上下两部分，再分别估测各部分图形的面积，然后相加。

在实际测量中，往往不是单一的实测或估测，而是将实测活动和估测活动有机地结合在一起，先估测、后实测。估测是事先对测量结果在范围上有一个大致的把握，以避免出现身高135米，房间面积20平方厘米一类不合理的结果。实测则是对估测结果的验证和修正。两者结合，可以收到更好的效果。

上面几个关于图形面积估测的问题，教师在学生估测后，可再要求学生量一量、算一算，进行实测。此外，教师在教学"面积"时，可让学生用报纸粘一个边长是1米的正方形，利用它先估一估教室的面积，然后再测量长和宽，计算出面积，两者做一个比较。

第四节　图形的变换及相互位置关系的教学

图形变换就是图形间的对应。通常可以理解为是由一个图形按照某种规则变成另一个图形的过程。图形变换既是一个结果(得到另一个图形),又是一个过程(按照规则实施操作)。与静态地研究空间与图形的性质不同,图形变换从运动变化角度去探索和认识空间与图形的性质,是发展学生空间观念和思维能力的重要内容。按照《标准》的要求,小学1~6年级主要涉及平移、旋转、对称及简单的图形相似这样一些内容。

1. 与图形变换相关的知识

(1)对称

·对称既是数学概念,又是一种自然现象,像雪花形状、蝴蝶、蜂窝的截面等植物和动物都有独特的对称方式,另外它也是人类追求美的表现形式,很多的建筑、装饰、服装等的设计具有对称特征。

·如果图形的一部分沿着一条直线对折,能和另一部分完全重合,那么这个图形称为轴对称图形,称图形的两部分关于直线成轴对称,简称对称。这条直线称做对称轴。

·对称图形被对称轴分成的两部分的所有点具有一一对应关系,两部分的对应点称做对称点,对称点所连线段被对称轴平分,且垂直于对称轴;两个点及它们的对应点间的连线称做对应线段,对应线段相等。

例如,图7-14中l是图形$ABCC'B'A'$的对称轴。

l垂直等分线段AA',BB',CC',$AB=A'B'$,$BC=B'C'$。

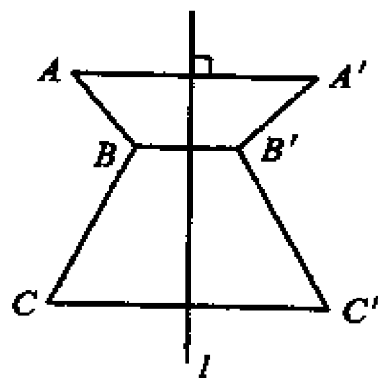


图7-14　对称图形

(2)平移

·在平面内,将一个图形沿某个方向移动一定的距离得到另一个图形,这样的图形变换称做平移,这个具有大小和方向的量称做平移向

量。

·平移不改变图形的形状和大小。由平移得到的图形上的所有点与原图形上的所有点具有一一对应关系。对应点的连线与平移向量平行且与平移向量的长度相等;与对称变换类似,对应线段平行且相等。

例如,图 7－15 线段 AB 向下平移至 CD,三角形 ABC 平移至 $A'B'C'$。

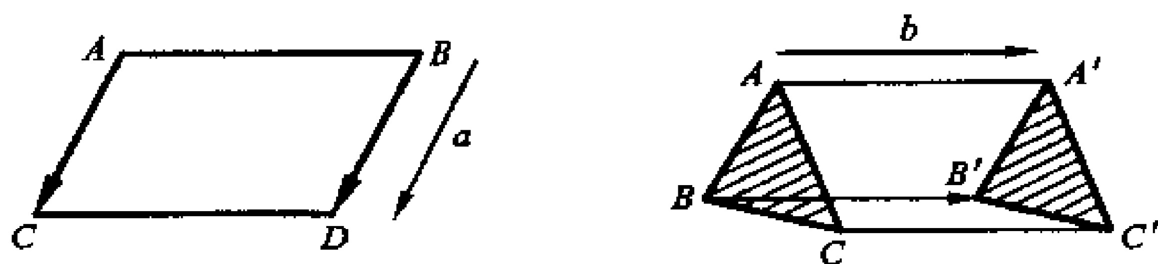


图 7－15　平移图形

(3)旋转

·在平面内,将一个图形绕一定点沿某个方向转动一个角度,得到另一个图形,这样的图形变换称做旋转。这个定点称做旋转中心,转动的角称做旋转角。

·旋转不改变图形的大小和形状。旋转中心在旋转过程中位置不变,图形旋转的位置由旋转中心和旋转角所决定。由旋转得到的图形上的所有点与原图形上的所有点具有一一对应关系,并且两个图形上的对应点到旋转中心的距离相等,如图 7－16 所示。

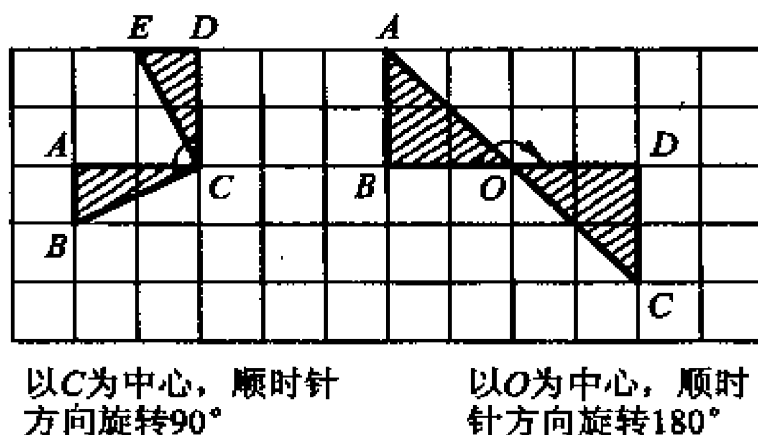


图 7－16　旋转图形

2. 图形变换的数学目标

《标准》对这部分内容提出以下几点要求：

(1)结合实例，感知对称、平移、旋转现象。

(2)能在方格纸上画出一个简单图形的轴对称图形，沿水平方向、竖直方向平移后的图形和旋转90°后的图形。

(3)结合图案的欣赏与设计的过程，体会对称、平移和旋转等图形变换的作用，培养空间想像能力和审美情趣。

3. 图形变换的教学策略

(1)结合生活实例，在观察和比较中认识图形变换。

在生活中有很多图形或图案呈现出对称、平移或旋转的形式，通过对称、平移、旋转变换同样可以设计制做出美丽图案。因此，在教学中，多搜集一些这样的素材，通过学生的观察和比较，引导学生从运动变化的角度去发现不同的图形变换。这样做，一方面有利于激发学生学习图形变换的兴趣，另一方面使学生进一步体会到数学与生活的密切联系，发展学生的概括抽象能力。

如关于"对称图形"(如图7－17所示)的教学，可以先呈现生活中多种对称图形的图案，同时还穿插一个非对称图形，让学生观察、比较、指出图形中有没有与其他图形不一类的图形。



(a) (b) (c) (d)

图7－17 对称图形

在学生指出第(d)个另类图形后，接着请学生进一步对同一类的图形进行观察，说一说它们有什么共同点？由于学生尚无形成"对称图形"概念，难以用数学语言准确地加以说明，因此只要表达出图形中的两半部分(左、右或上、下)图形形状一样(或相同)，并分别指出每个对称图形中的哪两部分形状相同便可以了。在此基础上，教师应引导学生进一步认识对称图形的重要特征：沿直线对折图形的两部分能够重合。

(2)注重在操作中加深对图形变换的认识和掌握图形变换的画图技能。

操作是一种重要的实践活动。图形变换中的操作主要是在方格纸上画一个图形经某变换后的图形和剪对称图形。应鼓励学生动手操作,并在操作过程中积极思考,发展思维能力。下面举一个教学案例。

[案例 4]

教学内容:指导学生在方格纸上画对称图形。

教学目标:在方格纸上按照图上给出的对称轴画对称图形,如图 7-18 所示。

教学过程:

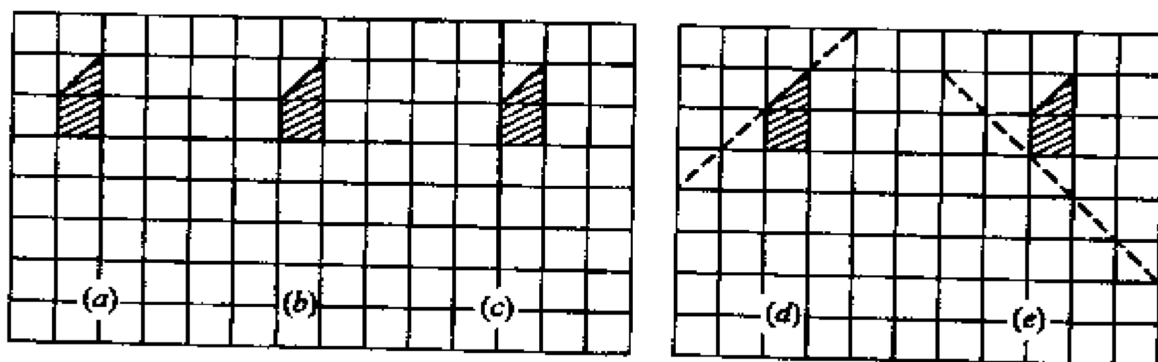


图 7-18　方格纸上画对称图形

在画图(a)的对称图形前,教师需引导学生一步一步地思考:这是什么图形?对称轴是在哪条边所在的直线上?画这个梯形的对称图形关键是什么?梯形的 4 个顶点的位置与对称轴有什么关系?怎样画各个点的对称点?

在学生清楚了画这个梯形的对称图形归结为画顶点的对称点后,再让学生动手画对称图形。对图(a)来说,实际上只需画出对称轴在侧两个顶点的对称点,再依次连接各顶点,便得到图形(a)的对称图形。图(b)、图(c)对称图形的画法与图(a)相类似,可由学生独立完成。

为了进一步培养学生画对称图形能力和空间想像能力,教师不妨再设计两个稍有难度的变式练习,如图(c)、图(d),以进一步激发学生对图形变换的兴趣和挑战学生的智慧。

图形变换中有很多练习都是可以操作完成的。在教学中教师要多

给学生提供操作的机会，丰富学生的实践体验和操作经验，形成熟练的操作技能。

如学习"对称图形"，可安排"折一折，剪一剪"等操作活动。通过人剪对称图形（不一定都照教科书上面的图形去剪，可以让学生发挥想像力，剪自己喜欢、新颖有趣的对称图形）。不但使学生掌握了剪对称图形的技能，而且还使学生更深刻地体会到折痕作为对称轴在生成对称图形中的关键作用。



图 7－19　复杂的对称图形

［案例 5］

教学内容：帮助学生认识由简单图形生成复杂图形（如图 7－19 所示）的过程。

观察方格纸上所画图形（如图 7－20 所示）位置的关系，并填空。



图 7－20　简单图形生成复杂图形的过程

图形 B 可以看做图形 A 绕点 O 顺时针方向旋转________得到。

图形 C 可以看做图形 B 绕点 O 顺时针方向旋转________得到。

图形 D 可以看做图形 C 绕点 O 顺时针方向旋转________得到。

教学过程：

这个问题原来是通过观察、填空的方式来解决的。为了加深学生对图形变换的认识，可以将观察和操作结合起来进行教学。教师可事先准备 4 张画着同一图案的纸，将图案 A 贴在方格纸的大方格上。让学生观察原图案，思考右上角的图形可以由左上角图形怎样变换得到？

自己在方格纸上操作，并与同学交流操作的过程。

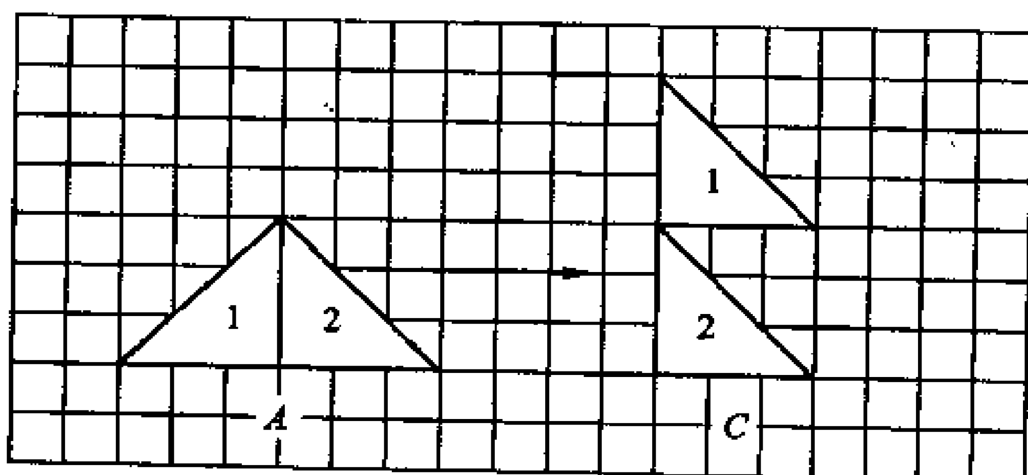


图 7－22

（学生进行操作，教师巡视指导。）

师：好，现在我们一起来交流，谁能说一说，从 A 图到 C 图你是如何变换得到的。

生 3：我们是将 1 号三角形先向上平移 3 格，再旋转 90°得到 C 图的。

生 4：我们是将 1 号三角形先旋转 90°，然后再向上平移 3 格得到 C 图的。

师：这两个同学的交流很好，同样从 A 图到 C 图，可以用不同的方法得到。下面请同桌的两个同学互相合作，用两个三角形自己设计一个图形，然后进行变换，并说一说它的变换过程。

（学生开始进行自己的设计与操作，从课堂现场观察来看，学生设计的图形是丰富多彩的，操作方法也各有不同。）

本案例片段是教学图形变换前的铺垫练习，由于教材中呈现的图形的变换内容是一个综合性的问题，每个图形的变换都有多次的操作过程。因此，教师根据班里学生的实际能力，将一个综合性的问题转化为简单图形的变换，当学生熟悉了这些变换后，再引入教材中的内容。这里，教师先要求学生进行观察，交流图形变换的过程，接着，在教师的指导下学生进行操作，以体验图形的变换过程，并让学生交流自己操作

过程的不同方法，最后，放手让学生进行操作，并进一步体验不同图形变换的过程。应该说，这位教师的设计思路是比较符合所教学生的需求的，他不是机械地按照教材中呈现的内容的先后设计课堂的活动，而是充分考虑到学生学习的实际情况，这样学生在学习上的障碍可以减少一些。当然，这些设计的前提是学生的基础，如果班级的学生基础已经比较扎实，思维较敏捷，空间观念也好，那么还可以将教材中的某些内容进行适当的拓展，以满足学生学习的需求。

(3)在解决问题中体会图形变换的作用，发展空间想像能力和解决问题能力。

一个简单图形经过有限次的图形变换后会生成一个怎样的图形？回答这个问题，需要具备一定的空间想像能力，它涉及对图形变换作用的认识。在数学教科书中，一般都未给予说明。教师要善于从教科书中寻找相关素材，挖掘其潜在价值，结合解决问题，设计思考问题，帮助学生体会和领悟图形变换的作用，从而发展学生的空间想像能力和解决问题能力。

下面是一个有趣的系列图形变换问题。

观察方格纸中图形(如图 7－23 所示)的变换(平移和旋转)，并与同学进行交流。

①4 个三角形 A,B,C,D 如何变换得到“风车”图形？

②“风”图形中的 4 个三角形如何变换得到长方形？

③长方形中的 4 个三角形如何变换得到正方形？

④正方形中的 4 个三角形如何变换回到最初的图形？

学生通过观察、思考和小组交流，回答了上述 4 个问题。

①将三角形 A 向右平移 2 个单位，三角形 B 向下平移 2 个单位，三角形 C 向左平移 2 个单位，三角形 D 向上平移 2 个单位后得到“风车”图形。

②将左上角的三角形(原图中的三角形 D)沿↘方向平移一个斜边长距离(也可以先向右平移 2 个单位，再向下平移 2 个单位或先向下平移 2 个单位，再向右平移 2 个单位)，将右上角的三角形(原图形中的三角形 A)沿↙方向平移一个斜边长距离(也可以先向左平移 2 个单位，

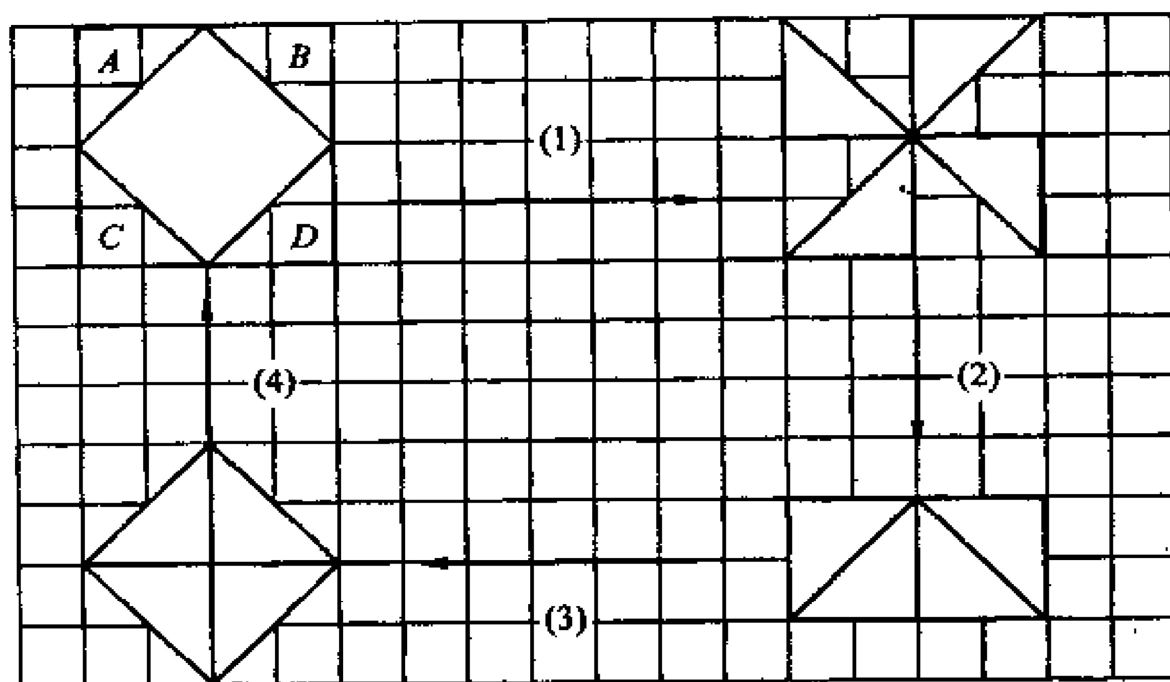


图 7-23 "风车"图形的变换

再向下平移 2 个单位或先向下平移 2 个单位,再向左平移 2 个单位)后得到长方形。

③先将长方形向上平移 1 个单位,然后将左上角的三角形(原图形中的三角形 A)沿↘方和平移一个斜边长距离,再将右上角的三角形(原图形中的三角形 B)沿↙方向平移一个斜边长距离后得到正方形。

④将正方形中相对的 2 个三角形分别沿着↙、↗和↘、↖平移一个斜边长距离 9 或将正方形中右上角三角形绕竖直对角线上端点顺时针旋转 90°,左上角三角形绕同一端点逆时针方向旋转 90°,左下角三角形绕竖直对角线下端点顺时针方向旋转 90°,右下角三角形绕同一下端点逆时针方向旋转 90°,便回到最初的图形。

在学生做完这道题之后,可引导学生思考以下几个问题。

①组合图形中的每一个三角形经过图形变换后什么发生了变化?

②组合图形经过图形变换后发生了什么变化?这种变化只有一种吗?

③经过图形变换得到的新图形能通过图形变换变成原来的图形吗?

在此基础上,体会和领悟出图形变换的作用。

·一个简单图形经过图形变换可以改变位置和方向，但不改变形状。

·一个组合图形经过图形变换可以改变图形形状，也可以经过图形变换再变成原来的图形。

有关空间与图形问题的解决方法和策略：

与“数与代数”领域中的问题解决相比较，有关空间与图形问题的解决方法和策略与前者既有相同之处，又有不同之处，其不同之处源于空间图形的特殊性。谈到解决问题的方法与策略，不得不与问题的性质、难度相联系。空间与图形中的基本问题，只要学生掌握了基本方法便能解决，属于记忆层次上的技能熟练问题，而对于有一定综合性的变式问题或实际问题，往往不是靠简单套用常规方法可以解决的，需要具体问题具体分析。尽管如此，解决这些并无定规的挑战性问题，总可以经过疏理、概括、归纳，总结出一些(而不是全部)常用的解决方法和策略。

1.空间与图形问题的解决策略

常用的解决策略有两个：一是转化策略；二是数形结合策略。

(1)转化策略

转化策略是转化思想的具体运用，表现为在解决一个陌生的新问题或复杂问题时要设法转化为熟知的旧问题或简单的问题。其要义是化新为旧，化繁为简，化难为易。

例题1　测量一块马铃薯的体积

分析：这是一个不规则的物体。没有现成的体积计算公式。它无法像测量长方体体积那样可先测出表示长方体的特征量长、宽、高的长度，然后根据长方体体积公式算出它的体积。而学生会求长方体、正方体、棱柱、圆柱等物体的体积。因此，如何测量马铃薯体积，有两种思路(策略)选择：一种是创造新的直接测量方法，另一种是转化为熟悉的长方体、正方体等物体的体积测量。两种思路(策略)中，哪一种比较容易想呢？可让学生思考与讨论。经过反复思考和讨论，学生会趋向于采纳第二种思路(策略)：把测量一块马铃薯体积的问题转化为长方体体积的测量。接下来要解决的是怎样实现这种转化？这需要生活经验作

支撑。从教学实践中可知，大多数学生缺少这类生活经验。需要教师创设一种富有启发性的情境：放置一个盛有一定量水的长方体玻璃水缸。如图 7－24 所示。

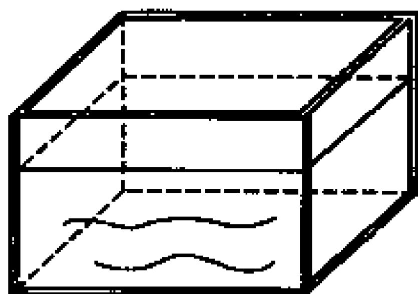


图 7－24　水缸

让学生观察这个盛有一定量水的长方体水缸，想一想，能用它来测马铃薯的体积吗？这时，很快会有学生想到只要把马铃薯放入水缸里，量一量水面升高了多少厘米，用长方体体积公式就可算出马铃薯的体积了。因为水面升高部分长方体体积＝1 块马铃薯体积。

解决了 1 块马铃薯体积的测量问题，实际上也就解决了多块马铃薯的体积测量问题。因为可以根据马铃薯多少找一个大一些的盛有一定量水的容器便可以了。因此，运用转化策略解决这类测量不规则物体体积的问题的确是一种可行的策略。然而单有策略还不足以解决问题，还必须有实施策略的具体操作方法，当然，操作方法可以是多种多样的。不管用什么操作方法，它们都是生活经验、数学知识及其他学科的知识的再现与运用。

(2)数形结合策略

数形结合策略是数形结合思想在解决问题中的运用。不仅在解决空间图形问题中常用，而且在解决代数问题中也经常被采用。“数形结合”中的“数”和“形”不是一般意义下理解的各种数和图形，而是指两种不同的思维方式，“数”泛指抽象思维方式，而“形”泛指形象思维、直观思维方式。可以把数形结合理解为抽象思维方式和形象思维、直观思维方式相结合。数形结合策略则是指把抽象思维方式和形象思维、直观思维

方式结合起来解决问题。其要义是以形表数，借形补数，借形解数。这里形是手段，数是根本。下面是一个与图形面积相关的具有现实背景的问题。了解一下它是如何用数形结合策略来解决的。

例题 2　王老师为小朋友准备一张长是 43 厘米，宽是 37 厘米的长方形彩纸，最多可以剪成长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形纸多少张？
解这道题，学生通常的解法是用长方形彩纸的面积除以小长方形纸的面积。

解：$(43\times37)\div(4\times2)=198.875\approx198$(张)

答：最多可以剪成长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形的纸。

答案果真是 198 张吗？教师画一个长 43 厘米、宽 37 厘米的长方形(如图 7－25 所示)，要求学生想一想，画一画。问：在这张长 43 厘米、宽 37 厘米的长方形彩纸上怎样尽可能多地剪出长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形纸？

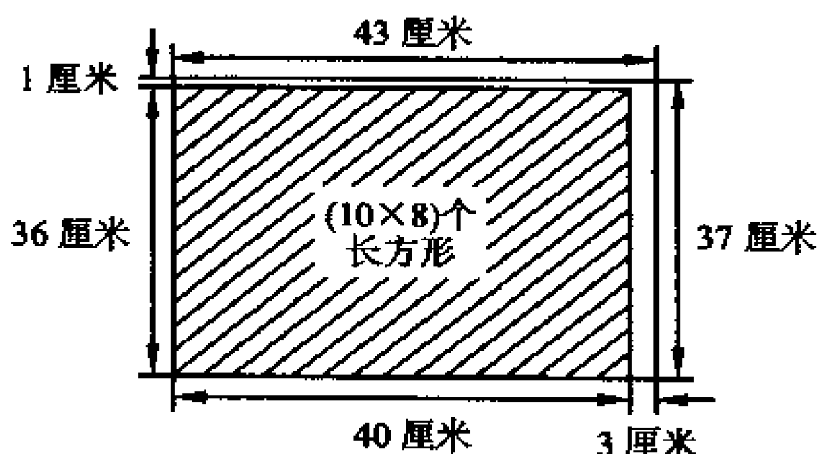


图 7－25　长方形彩纸

分析：通过画图分析，学生发现，在 43 厘米的长边上一排最多可以剪出 10 个长为 4 厘米的长方形，在 37 厘米长的宽边上一排最多可以剪出 18 个宽为 2 厘米的长方形。这样，在长 40 厘米、宽 36 厘米的长方形纸上，最多剪出 $10\times8=180$ 个长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形的纸，这时还剩 2 个长方形窄纸条，其中竖条长 36 厘米、宽 3 厘米，横条长 43 厘米、宽 1 厘米。显然在竖条上最多还可以剪出 $36\div4=9$ 张长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形纸，共 $180+9=189$(张)。所以，实际上最多

可以剪出长 4 厘米、宽 2 厘米的长方形纸只有 189(张)。比纯数字计算结果少了 9 张！为什么会出现这样大的误差呢？根本原因是计算时没有考虑到小长方形纸密铺大长方形纸的合理布局是什么，缺乏高空间想像力。所以，解决这类与图形面积相关的问题，不仅要考虑图形、数量间的关系，而且还要考虑图形之间的空间位置关系。通过画图分析，帮助我们形象地揭示出图形之间的空间位置关系，从而有利于克服思维的片面性，准确地解决问题，收到了事半功倍的效果。

也许教师会问：什么类型的空间图形问题用数形结合策略加以解决为好？从上述解题分析中，可以得到这样几点启示：一是问题中含有空间图形要素；二是问题完全以陈述方式呈现；三是问题答案与空间位置有关。

在教学中，教师应通过实例讲解和学生练习，培养学生运用数形结合解决问题的策略意识，提高学生的解决问题的能力。

2. 空间与图形问题的解决方法

空间与图形问题的解决方法很多，下面根据小学阶段空间与图形的问题特点，着重介绍几种常用的、小学生应掌握的数学方法。

(1)观察分析法

一些求图形变量(周长、面积、体积等)的问题，其图形往往不是简单的标准图形，难以直接运用已有的知识直接加以解决。对这类问题，可以通过观察、分析图形的特征及它与相关图形间的关系，借用相关图形知识加以解决。下面来看这个问题是怎样用观察分析法解决的。

例题 3　如图 7 - 26 所示，求图形的周长(单位：米)。

分析：观察图 7 - 25(a)中的图，可以看做是由 3 个不同的长方形拼接而成的组合图形，右半部分像个台阶形。题目中没有给出各个台阶的长和宽，难以直接将各边相加求出周长，解这个题似乎还缺少条件。那么怎样就现有的条件去求出这个台阶形的周长呢？为此需要进一步对图形特征进行观察分析：台阶的长、宽与整个图形的长 10 米、宽 5 米有什么关系？通过观察、分析，多数学生能发现右边各台阶宽的和与整个图形的宽相等，为 5 米，各台阶长的和与整个图形的长相等，为 10 米，原来求台阶形组合图形的周长其实就是求长为 10 米，宽为 5 米

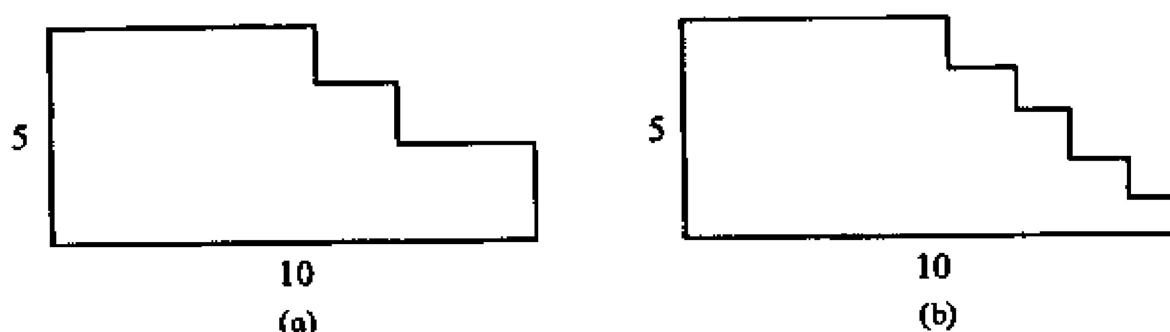


图 7－26 不规则图形

的长方形的周长，条件似乎不充分的问题，经过一番观察分析，揭示出它的原型，一下子变得充分、容易解决了。

(2)枚举法

有些图形问题涉及情况比较多，在学生缺少必要的数学知识情况下，采用列表枚举的方法，将所有可能的结果呈现出来，加以比较，从而获得符合条件的解答。下面来看一个比较经典的图形问题解决。

例题 4 用一根长 16 厘米的铁丝弯成一个边长是整厘米的面积最大的长方形，它的最大面积是多少？

分析：对一个不具备均值不等式$\left(\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}\right)$知识的小学生来说，难以直接用公式求出问题的答案。但学生具有已知周长构造不同长、宽的长方形的知识和经验，因此，教师可以让学生思考，周长为 16 厘米的长、宽为整厘米的长方形都有哪几种？列一个表(如表 7－4 所示)，分别算出各个长方形的面积，填入表内。

表 7－4 枚举法列表

长(厘米)	7	6	5	4
宽(厘米)	1	2	3	4
面积(平方厘米)	7	12	15	16

比较 4 种长方形的面积，可知，长、宽都是 4 厘米的长方形(即边长为 4 厘米的正方形)面积最大，最大面积是 16 平方厘米。

从以上问题的解决中，可以看到，枚举法的优点是将一个难解的问题简单化，比较直观，缺点是过程比较繁琐，计算量比较大。在用枚举法解题时，要结合学生出现的问题，提示学生注意，在列举时不要遗漏、丢失任何一种可能情况。

(3)分析法

分析法是一种常用的探究解题思路的思维方法。它的特点是从结论或求项入手，分析和结论相关的公式、定理是什么，或需要知道什么，然后再分析公式、定理中的相关条件是否存在于问题的已知条件中。如果有，便可以利用这些已知条件推演出待求的结论，否则再继续分析，进行着前面同样的过程，直至和已知条件相接。由果溯因，使问题获得解决。然后再倒序写出求解过程。

下面看一个例子。

例题 5 如图 7－27 所示，平行四边形两边长分别是 10 厘米和 5 厘米，其中 10 厘米边上的高长 4 厘米，另一边上的高是几厘米？

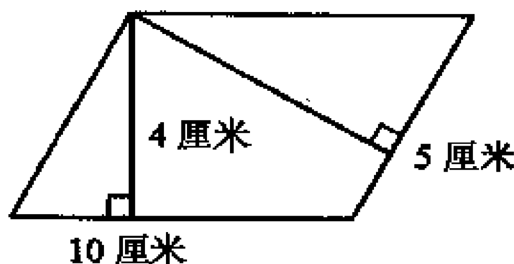


图 7－27 平行四边形

分析：求平行四边形 5 厘米边的高←求平行四边形的面积←求另一条边长和该边上的高(已知)。

把分析过程倒写下来，就是解题过程。

解：由已知平行四边形长是 10 厘米，高是 4 厘米，所以，可得平行四边形面积 = $10\times4=40$(平方厘米)。又因为平行四边形另一边长是 5 厘米，所以这条边上的高是 $40\div5=8$(厘米)。

答：(略)

例题 6 一个长方形的周长是 50 米，长是 17 米，求它的面积。

分析：求长方形的面积←求宽的长←求长方形的周长(已知)。

把分析过程倒写下来，就是解题过程。

解：设长方形宽为 x 米，

由题意引出方程　$2\times(17+x)=50$

$$17+x=25$$

$$x=8$$

所以长方形面积为 $17\times8=136$(平方米)。

答：(略)

从上面两个例题解题思路的探索中，可以看出，用分析法探寻解题思路，目标比较集中，效率较高。教师在教学中，应有意识地教授分析的方法，使学生逐渐理解这种方法和会用这种方法。

思考与练习

1.“空间与图形”包括的主要学习内容有哪些?

2. 简述空间观念的含义？培养小学生空间观念的一般教学策略是什么?

3. 简述测量教学中，重视对测量单位的感知的教育意义。

4. 结合实际内容谈谈教学中培养学生的空间观念常见的实践活动有哪些?

第八章　统计与概率的教学

第一节　统计与概率教学的意义、内容和要求

“统计与概率”主要研究现实生活中的数据和客观世界中的随机现象，它通过对数据收集、整理、描述和分析以及对事件发生可能性的刻画，来帮助人们做出合理的预测和推断。

一、统计与概率教学的意义

1．有利于发展学生的统计观念

在以信息和技术为基础的社会里，数据日益成为一种重要的信息。为了更好地理解世界，人们必须学会处理各种信息。收集、整理与分析信息的能力已经成为信息时代每一个公民的基本素质。在小学数学学习中学习一些数据的收集和整理的知识，并对统计结果进行描述和分析，有利于学生体会数据在信息社会中的作用，促进学生逐步形成统计观念，并掌握一定的统计方法。统计观念的形成和统计知识的掌握，又能切实提高学生收集、整理和分析信息的能力，以适应信息社会对学生的要求。

2．有助于渗透辩证唯物主义观点和科学方法论的启蒙教育

统计作为对客观世界中某些现象的有关数据的收集、整理和分析的过程，它实际上是人们对客观事物的定量刻画与把握，其结果通常是得到一些真实可靠的、一般能反映事物的真实面貌和发展趋势的数据，并使学生感受到数据的客观性和用数据来说明问题的公正性。因此，统计知识的教学过程又是一个引导学生实事求是地分析问题，并培养他们尊重客观事实的科学态度的育人过程，这个过程实际上也渗透了

辩证唯物主义观点的启蒙教育。

概率论作为研究客观世界中随机现象(不确定现象)的一门科学,它要对事件发生的可能性做出全面的描述和刻画。学生在概率论的学习中,要对某一事件发生的各种可能性做出全面的推断和预测,在推断和预测中感受事物发生变化的多样性和人们分析问题的全面性,这个过程有助于学生学习辩证地思考问题和全面地分析事件的发生、发展过程,使他们从中受到科学的世界观与方法论的启蒙教育。

3. 有利于发展学生解决问题的能力

统计与概率同人们的日常生活紧密相联,其中的大部分问题都来源于生活实际,因此,学习统计与概率,实际上就是在学习解决生活中的实际问题。在这个解决问题的过程中,学生除了要运用统计与概率的有关知识外,还要综合运用到计算、推理以及整数、分数、比值等知识,这样不仅可以培养学生灵活运用知识的能力,还可以增强学生的数学应用意识和运用所学知识解决实际问题的能力。

4. 有助于培养学生对数学的积极情感

统计与概率这一领域的内容对学生来说充满了趣味和吸引力。动手收集与呈现数据是充满挑战和乐趣的过程,做统计与概率游戏本身就是对思维的一种挑战,也是一个非常有趣的过程。这有助于培养学生学习数学的积极情感。

总之,统计与概率的思想方法是学生未来生活与工作所必需的,是学生进一步学习所不可缺少的,也有助于培养学生以随机的观点来理解世界,形成正确的世界观与方法论。

二、统计与概率教学的内容和要求

1. 小学数学课程中的统计初步知识简介

小学阶段教学统计初步知识,开始于1956年颁布的《小学算术教学大纲(修订草案)》中,并与简单的簿记并列,目的是“使儿童获得一些实际应用的知识和技能”。1963年颁布的《全日制小学算术教学大纲(草案)》中再次提出,并进一步明确了教学要求。1978年颁布的《小学数学教学大纲(试行草案)》提出的教学要求是:“掌握统计的一些初步知识,能够绘制简单的统计图表。”到1986年,《九年义务教育全日制小学数学

教学大纲(试用版)》对统计初步知识的教学要求是："掌握统计的一些初步知识，初步学会数据整理，能够绘制简单的单式和复式统计表、条形、折线和扇形统计图。"这个要求比较明确，层次也比较清楚，但是制作统计图表的要求偏高。2000 年颁布的《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用修订版)》明确提出："要结合有关内容，使学生了解数据的收集、整理、分析的过程，逐步看懂并会解释简单的统计图表，对于绘制统计有的要求不宜过高。"

2. 统计与概率教学的总体目标

根据发展的需要，《标准》将"统计与概率"作为义务教育阶段数学课程的四个学习领域之一，从第一学段起就安排了有关学习内容。小学阶段学习统计与概率的总体目标是：经历提出问题、收集和处理数据、做出决策和预测的过程，掌握统计和概率的基础知识和基本技能，并能解决简单的问题；经历运用数据描述信息、做出推断的过程，发展统计观念；初步培养学生用随机的观点来理解现实世界，提高解决问题的能力。

"统计观念"作为义务教育阶段数学课程的重要目标之一，主要表现在：能从统计的角度思考与数据有关的问题；能通过收集数据、描述数据、分析数据做出合理的决策，认识到统计对决策的作用；能对数据的来源、处理数据的方法以及由此得来的结果进行合理的质疑。

3. 统计与概率教学的具体内容和要求

统计与概率在第一、二学段的学习内容分别称为"数据统计活动初步"、"不确定现象"、"简单数据统计过程"和"可能性"。具体学习内容和要求见表 8－1：

将上述学习内容与要求和 2000 年《修订版大纲》相比较，它们之间有明显的差异，具体表现如第三章所述。

表 8－1　统计与概率具体学习内容和要求

学段	内容	教学要求	具体目标
第一学段	数据统计活动初步	对数据统计过程有所体验，学习一些简单的收集、整理和描述数据的方法，能根据统计结果回答一些简单的问题	①能按照给定的标准或选择某个标准对事物进行比较、排列和分类；在比较、排列、分类的活动中，体验活动结果在同一标准下的一致性和不同标准下的多样性 ②对数据的收集、整理、描述和分析过程有所体验 ③通过实例，认识统计表和象形统计图、条形统计图 ④能根据简单的问题，使用适当方法收集数据，并将数据记录在统计表中 ⑤通过实例，了解平均数的含义，会求平均数(结果为整数) ⑤知道可以从报纸、杂志、电视等媒体中获取数据信息 ⑦根据统计图表中的致据提出并回答简单问题，能和同伴交流自己的想法
第一学段	不确定现象	初步感受事件发生的不确定性和可能性	①初步体验有些事件发生是确定的，有些则是不确定的 ②能够列出简单试验所有可能发生的结果 ③知道事件发生的可能性是有大小的 ④对一些简单事件发生的可能性做出描述，并和同伴交流
第二学段	简单数据统计过程	经历简单数据统计过程，进一步学习收集、整理和描述的方法，并根据数据分析的结果做出简单的判断与预测	①经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程 ②根据实际问题设计简单的调查表 ②通过实例，进一步认识条形统计图，认识折线统计图和扇形统计图；能根据需要，选择条形统计图或折线统计图表示数据 ④通过丰富的实例，理解平均致、中位数和众数的意义，会求一组数据的平均数、中位数和众数，并解释结果的实际意义；根据具体的问题，能选择适当的统计量表示数据的不同特征 ⑤能从报纸、杂志、电视等媒体中获得数据信息，能读懂简单的统计图表 ⑤能设计统计活动、检验某些预测 ⑦能解释统计结果，根据结果做出简单的判断和预测 ③初步体会数据可能产生的误导
第二学段	可能性	进一步体会事件发生可能性的含义，并能计算一些简单事件发生的可能性	①体验事件发生的可能性以及游戏规则，会求一些简单事件发生的可能性 ②能设计一个方案，符合指定的要求 ③能对简单事件发生的可能性做出预测，并阐述自己的理由

第二节　简单的数据统计过程的教学

《标准》中指出，在"统计与概率"的教学中，应注重所学内容与现实生活的密切联系；应注重使学生有意识地经历简单的统计过程，根据数据做出简单的判断与预测，并进行交流；应注重在具体情境中对可能性的体验；应避免单纯地统计量的计算。根据《标准》的要求，以下来研究"统计与概率"的教学。

经历统计的全过程，培养学生的统计观念是《标准》最主要的指导思想，在小学阶段，统计的学习分为两个学段：第一学段为数据统计活动初步；第二学段为简单数据统计过程。

一、数据统计活动初步

这一学段主要使学生对数据统计活动有初步体验，具体内容有：能对日常生活中的事件进行分类比较，得出简单的形象的统计图表，会对身边的数据信息进行收集、整理以及简单分析，懂得简单的数据记录方法等。在教学时应注意以下几点：

1. 借助生活实例，引导学生参加比较、排列和分类等活动

对现实生活中的一类物体，根据不同的标准进行比较，从中分辨出异同，并按一定的顺序进行排列，这些都是统计必备的思想。而分类则是在比较、排列的基础上按不同标准划分的结果。对初入学的儿童，渗透一些这样的思想，为进一步学习统计有关知识是很有帮助的。由于低年级学生生活经验少，他们活动的范围也有限，因此在开展比较、排列和分类活动中要借助学生熟悉的生活实例。例如，进行整理书包活动，放手让学生自主探索，你认为使用时怎样方便就怎样整理，然后组织交流。有的学生按学科分类，把语文书和语文本放在一起，把数学书和数学本放在一起；也有的学生按书和本分类，把语文书和数学书放在一起，把语文本和数学本放在一起。在这一过程中，使学生体验分类在不同标准下的多样性。还可以组织学生调查了解图书馆老师对图书是怎样分类的；商场货架上的商品是怎样分类摆放的，使学生体会到分类

在实际生活中的应用。

2. 引导学生收集、整理、描述和分析数据,使学生对这一过程有所体验

重视统计过程的体验是《标准》的重要指导思想。对统计而言,它的全过程包括数据的收集、整理描述、制图表及分析等,这些内容将成为统计的首要目标,小学第一学段主要渗透这方面的思想。教学时,要使学生在具体情境中体验统计的实际意义,学生对统计的学习需要经过较长的时间,小学生学习统计知识宜从生活中实际问题入手。以便使他们可以对数据进行分析和判断。例如,低年级学生开展"家庭人口"的信息收集活动,就是一个与学生生活有密切联系的实例,可以组织学生去询问自己的同伴,"你家有几口人?"在小组内交流,由于小组成员收集的数据比较多,就需要整理、分类。这些整理、分类的数据又与他们的生活经验是联系的,学生容易进行简单的描述和分析。

(1)通过实例,帮助学生认识统计表、象形统计图和简单的条形统计图。

统计图表是对数据分类后的一种简便的表示形式。第一学段只要求学生对分类后的物体用形象、直观的形式来表示,也是用正式统计图表表示的启蒙阶段。

认识象形统计图:象形统计图是将实物按其特征进行分类,然后按竖直或横直方向进行排列。教师在组织学生认识象形统计图的活动时,要有意识渗透收集数据,整理分析数据,做出决策等过程。例如,一年级一班要组织元旦联欢会,买些什么水果好呢?就需要调查大家喜欢吃什么水果,使学生体会到统计的必要性。然后再考虑具体统计的方法,可以去问一问每人的喜好,也可以每人把喜欢水果的图片举起来,或者随意地贴在黑板上,这时,看不出喜欢哪种水果的人最多,激发学生要把同类水果排队的愿望,也就是收集、整理数据;然后讨论怎样排队便于比较呢?学生结合生活经验,必须横平竖直,一端对齐。

当然,也可以是横向的。这就体现了收集、整理、呈现数据的过程。然后让学生回答下而的问题。

喜欢每种水果的有多少人?

喜欢哪种水果的人最多？喜欢哪种水果的人最少？

喜欢吃苹果的比喜欢吃梨的多多少人？喜欢吃苹果的比喜欢吃香蕉的少多少人？

以上问题可以帮助学生读懂这幅象形统计图，知道各部分所表示的意思，了解各部分之间的数量关系。根据统计结果，决定买哪些水果，做出决策。通过以上活动，不仅使学生对数据的收集、整理、描述与分析过程有所体验，同时认识了象形统计图。

·认识条形统计图

这里所指的条形统计图是最简单的条形统计图，是1格表示1个单位的条形统计图，它是象形统计图的发展，在认识象形统计图时，可以结合象形统计图逐步过渡到条形统计图。例如，上面是最喜欢吃什么水果的象形统计图，可以先采用在方格纸上涂色的方式，在讨论中向学生提出：如果1个苹果用1小格表示，那么5个苹果用几小格表示呢？然后去掉小格之间的横线，下面标上水果名称，左面标上个数，就是一幅简单的条形统计图了，这样可以使学生理解条形统计图的实际意义。

(2)帮助学生能根据简单的问题，使用适当的方法，收集数据，并将数据记录在统计表中。

在学生获得初步统计活动经验的基础上，引导学生选择适当的方法(如计数、测量、实验等)收集数据。例如，调查一下你跑步后脉搏跳动快多少，并将测得的数据记录下来。指导学生把跑步前每分钟的脉搏跳动统计一下，然后再进行30米或50米的跑步，并测量跑步3分钟内每分钟的脉搏，最后将测得的数据记录下来。又如，要调查某个路口某一时段汽车的流通量，可以引导学生选用计数的方法来收集数据，指导学生通过观察某一时段汽车每分钟的流通量，然后分别记录下来。由于在日常生活中各种调查对象的不同，其统计运用的方法也不同，所以在教学中应引导学生学会选择适当的方法。

(3)通过丰富的实例，帮助学生了解平均数的含义。

根据“避免单纯的统计量的计算，对有关术语不要进行严格表述”的原则。平均数的教学，要避免“讲解概念、教授法则、操作练习”的数

学模式，应当借助实际问题，使学生领悟、形成概念。例如，两个小组进行跳绳比赛，第一小组有6人，一共跳了120下；第二小组有5人，一共跳了115下，哪些跳得成绩好呢？不能光看其总成绩，而要看每组每人的平均成绩。又如，一名身高1.4米不会游泳的学生，站在一个平均水深1.2米的游泳池中，有没有危险？在解决这一问题的过程中，学生需要在一个现实背景的问题情境中，去准确把握平均数的实际意义，即"平均水深1.2米"是什么意思？这个问题是单纯计算无法解决的。只有真正理解平均数的含义，才能解决这个问题。

(4)鼓励和指导学生从报刊、杂志、电视等媒体中，获取数据信息。

小学生获取数据信息的渠道有两条：一是自己亲身经历的事件，如购买物品，调查有关商品的价格等；二是间接事件，如从他人口中了解的事件，或从报纸、杂志、电视等媒体中获取信息。由于每个人的直接经历的事情毕竟是有限的，所以间接获取信息将占很大的比重。因此，从小培养学生从报刊、杂志、电视等媒体中获取信息，将有助于使学生真正认识到学习统计的必要性和统计应用的广泛性以及统计在信息社会中的作用。

指导学生收集数据的方法，可以从单一媒体中收集数据，例如，利用学生所订的少年报，组织全班阅读其中的内容后，教师提出收集这张报纸中的数据信息，并进行交流。这一指导方法，便于学生进行横向比较，了解自己收集数据的不足，便于学生及时调整，也可以进行专题内容的数据收集，例如，植树节到了，让学生收集本校、本区、本市植树的数据信息，学生收集的途径可以是多样的，可以从各种报刊上收集，也可以从电视、网络中获得，通过交流后，收集到的信息就比较丰富。还可以指导学生通过电视的天气预报，记录一周的最高气温，制成统计图表，并求出这周的平均气温，与同伴交流。

(5)指导学生根据统计图表中的数据提出并回答问题，能和同伴交流。

根据统计图表的数据回答简单的问题，是分析数据的重要形式，也是从数据中获得结果的基础。数据统计的全过程有数据收集、数据整理、数据呈现(统计图表)、分析数据得出结论(做出决策或预测)等环

节，其中分析数据是重要环节，也是《标准》再三强调的，要求学生能读懂统计图表。鼓励学生提出不同的问题，例如：表 8－2 的统计数据。

表 8－2　某地 1985～2000 年安装电话情况统计表

时间	1985 年	1990 年	1995 年	2000 年
电话/部	18	160	350	1300

这是一张近 15 年某地安装电话情况统计表，在这 15 年中，每隔 5 年统计一次。安装电话的部数是逐渐增加的。而且增长得越来越快，1990 年比 1985 年多 1.42 倍，1995 年比 1990 年多 190 部，2000 年比 1995 年多 950 部，最后 5 年增长得最快。还可以从倍数关系进行分析，1990 年安装电话的部数大约是 1985 年的 9 倍；1995 年安装电话的部数大约是 1985 年的 20 倍；2000 年安装电话的部数大约是 1985 年的 70 多倍。从一个侧面说明人们的生活水平越来越提高，教师还可以组织学生讨论表 8－3 的统计数据。

表 8－3　小军 1～7 岁身高增长情况统计表

年龄/岁	1	2	3	4	5	6	7
身高/厘米	72	84	92	100	106	112	117

可以讨论下面的问题。

(1)身高和年龄有什么关系？

(2)什么年龄长得最快？什么年龄长得最慢？

(3)预测 8 岁时，小军可能有多高？

(4)你还能提出哪些数学问题？

二、简单数据统计过程

《标准》指出："在本学段中，学生将经历简单数据统计的过程，进一步学习收集、整理和描述数据的方法，并根据数据分析的结果做出简单的判断与预测。"如果说第一学段中，学生学习统计主要是通过操作活动，对数据处理过程有所体验，那么这一学段主要通过学生对日常生活和周围环境中熟悉的素材，使学生经历简单的数据处理过程来进一步学习收集、整理和描述数据的方法，并根据数据做出决策和预测。在教

学时应注意以下几点。

1. 组织学生经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程

收集、整理数据，是统计的首要任务，教师要组织学生积极投入到这一活动中去，并留给学生足够的独立思考和自主探索的时间和空间，在此基础上加强与同伴合作和交流。教师可以提出一些问题引导学生进行探索。例如，组织学生观察学校路口车流量的情况，学生要获得这些数据信息，必须到路口去收集信息。马路上的车辆川流不息，怎样进行收集呢？就要对小组成员进行合理分工，在规定的时段内，有人收集公交车的数据，有人收集小汽车、自行车的数据，怎样进行记录数据呢？可以用“正”或五笔画的字或符号来记录数据。然后把这些数据汇总在一起，就可以看出在某一时段里，哪种车辆最多，哪种车辆最少，说明了什么，进行描述和分析。还可以联系学生生活实际，在选举少先队员时，先把同学们的选票收集上来，把候选人的名字写在黑板上，在进行唱票时，就是要对收集上来的数据进行用画“正”字的方法记录数据，最后看哪些候选人超过半数，哪一位候选人得票最多，进行描述和分析。

2. 指导学生极据实际问题设计简单的调查表，并进行调查

调查是收集数据的一种有效方法。通过调查，学生可以获得一组有价值的原始材料，它是整理分析数据信息得出结论的依据。调查在人们的生活中有着广泛的应用，学生从小学习调查的方法，将为他们今后从事科学的研究打下扎实的基础。设计简单的统计表是更加规范地收集数据的一种方法。调查表的内容大致包括：针对提出的问题要调查哪些数据，调查的方法是什么，如何记录数据。对小学生调查的问题有：个人喜好方面的问题，例如，喜爱的玩具、小动物、花草、喜爱的水果、蔬菜；爱喝的饮料；最受欢迎的电视节目、卡通人物；喜欢的运动、球类；班上参加各兴趣小组的人等；还有大家关心的主题，例如，奥运会各国金牌数，濒临灭绝的物种及数量，比较熟悉的一些动物的奔跑速度；一些著名的河流长度，班级学生出生年月，戴眼镜的人数，人的身高、体重、臂长等；气温、雨量记录；一天的体温变化记录；最近几年某城市人口统计；关于行程的记录；某商店一周的营业额等。

下面是一位教师组织学生调查班上（四年级）同学每天睡眠的时

间,是不是符合10岁儿童规定的每天睡眠时间的一次活动。根据这一主题,要设计一个调查表。每个同学的睡眠时间是不尽相同的,因此必须适当地划分时间段,可以围绕规定每天睡眠时间来划分。据有关资料表明:10岁左右儿童应保证每天10小时睡眠,因此可以设计表8-4的调查项目。

表8-4 四( )班同学睡眠时间调查表 年 月 日

时间	11时以上	10~11时	9~10时	8~9时	8时以下
人数					

利用这一调查表,教师组织学生进行调查活动的片段。

·引入

……

师:刚才同学们发表了自己的意见,说得很好。要想身体好,必须有合理的饮食、适当的运动,还要有充足的睡眠,今天,我们就来做个小调查,统计我们四年级一班同学的睡眠时间。

生:共同讨论睡眠时间的计算方法,并让学生算一算自己每天的睡眠时间。

·统计四年级一班同学睡眠时间

(1)学生商量收集数据的方法,先在小组内调查本组成员每天睡眠的时间数据。

发给每组一张事先与学生共同设计的调查表,小组同学商量记录方法,用学生自己喜欢的方法记录。

(2)小组汇报,全班汇总,把统计结果填入全班的调查表中。

(3)分析调查结果

·由学生对调查结果进行讨论

(1)与规定的10岁儿童睡眠时间进行对比,谈一谈自己的想法。

(2)教师在组织此次调查活动中,首先注意激发学生参加调查的兴趣。教师的谈话"要想身体好,必须有充分的睡眠",说出了调查的必要性;其二是注重全员参与,让学生较充分地体验调查的过程;第三是调查后,能够让学生结合睡眠小常识,发表自己的看法,适时地进行身心健康教育。

3. 通过实例，帮助学生进一步认识条形统计图，认识折线、扇形统计图

条形统计图、折线统计图和扇形统计图是描述数据信息的一种直观、有效的表示形式。由于三种统计图表示的形式不同，因此它们的作用也不同。条形统计图主要表示数据的对比；折线统计图主要表示数据变化的趋势；扇形统计图主要表示数据所占的比例。应根据实际情况，有效地选择统计图。

(1)通过实例帮助学生进一步认识条形统计图

在第一学段中，学生已经接触了简单的条形统计图(1 格表示 1 个单位)，但随着统计范围的扩大，有些数据用简单的条形统计图就难以表示出来。例如，人民公园去年游览的人数是春季:9000人；夏季:6500人；秋季:8500人；冬季:2500人。把这些数据用条形统计图表示。如果仍用简单统计图一个格表示一个单位就很难表示出来，这时，就可能组织学生讨论，一个格表示多少人合适，如果一个格表示 1000 人，500 人怎样表示，使学生体会到一个格可以表示多个单位，进一步认识条形统计图。

(2)通过实例帮助学生认识折线统计图和扇形统计图

随着统计范围的扩大，有些数据用条形统计图来表示，就很难直观地反映出来，这就需要学习折线统计图和扇形统计图。例如，同学们收集到这样一组数据，小红出生时的体重、身高如表 8－5 表示。

表 8－5　小红出生时

体重(kg)	身高(mm)
3.8	50

半年中，她的体重变化如表 8－6 所示：

表 8－6　1～6 月份小红体重变化

月龄	1	2	3	4	5	6
体重(kg)	5	6.1	7	7.7	8.4	9

根据表 8－6 绘制折线统计图。然后分析统计结果，可以让学生看

图填空来回答问题,例如:

(1)小红的体重随着月龄的增长一直在____。

(2)1 个月时,她的体重比出生时增加了____kg。

(3)6 个月时,她的体重比出生时增加了____kg。

(4)1 个半月时,她的体重大约是____kg。

(5)2 个半月时,她的体重大约是____kg。

(6)5 个半月时,她的体重大约是____kg。

(7)大约____月份,她的体重超过了 8kg。

(8)1 年中,她的体重平均每月增加____kg。

(9)请你预测一下,小红 7 个月时的体重大约是____kg。

以上这些问题,不仅要求学生能看懂统计图,而且要进行分析,找出发展趋势,做出简单预测。

在学习了百分数之后,可以介绍扇形统计图。例如,小明在网上找到这样的材料,7～12 岁儿童每天所需 3 大营养素的百分比是:脂肪 30%,蛋白质 15%,碳水化合物 55%,可以用扇形统计图表示。

扇形统计图是利用圆与扇形之间的关系来表示整体与部分之间的关系。扇形统计图只要求学生认识,不要求学生绘制,这是和条形统计图、折线统计图的要求有所区别的。

认识上面 3 种统计图,使学生体会它们各自的作用,要求学生能够根据不同的需要,选择合适的统计图来表达数据,条形统计图能清楚地表示每个项目的具体数目,折线统计图能清楚地反映事物变化情况,扇形统计图能清楚地表示各部分在总体中所占的百分比。例如,要统计同学们最喜欢的课外活动,用条形统计图比较合适;小强种了一粒种子,从出芽那天起,每隔一周他都要将小芽的高度记录下来,他用折线统计图呈现小芽高度变化情况比较合适;小明想用统计图表示他一天作息时间分配情况,各占一天时间的百分比,这显然用扇形统计图比较合适了。

4. 通过丰富的实例,理解平均数、中位数、众数的意义;根据具体的问题,能选择适当的统计量表示数据的不同特征

平均数、中位数、众数,这 3 个统计量都是反映数据集中程度的统

计量。

·平均数是描述数据的集中趋势，也就是数据的中间不平。其求法是：一组数据的总和除以总个数所得的商。例如，某小组5名学生的身高厘米数分别为：123，132，138，129，134；其身高的平均数为(123+132+138+129+134)÷5=131.2。

·中位数是位于依一定顺序排列的一组数据中央位置的数值。将一组原始数据按一定顺序排列后，如果数据个数为奇数，则以位于中央的数据为中位数。例如，以下7个数据：4，6，7，9，10，13，15的中位数为9；如果数据个数为偶数，则以最中间的两个数据的平均数为中位数。例如，以下8个数据3，5，6，8，10，12，13，14的中位数是(8+10)÷2=9。

·众数是一组数据中出现得最多的那个数值。有些数据如果不需要进行精确计算，那么通过寻找众数也可以了解数据的有关信息。例如，一组原始数据3，5，7，5，2，5，其中出现次数最多的数值是5，所以5就是这组数的众数。

对于平均数、中位数、众数这3个概念的理解，必须通过大量的实例，让学生体会它的实际含义，而计算则是次要的。例如，小明所在班级的学生平均身高是1.4米，小强所在班级的学生平均身高1.5米。小明一定比小强矮吗？学生要回答这一问题，首先需要理解"1.4米"、"1.5米"表示什么，其次需要想像小强身高的情况。学生从这些实例中，可以理解平均数的意义。对众数的理解，也要通过实例，帮助学生理解它的实际意义。例如，小强所在的班级40个学生最喜欢的体育项目是：踢足球10人，跳绳5人，跳高3人，游泳21人。从这一组数据中，可以知道喜欢游泳的人最多，这也代表这个班大多数学生对体育项目喜爱的程度。

在教学中，还要指导学生根据具体的问题，灵活选择适当的统计量。平均数、中位数、众数这3个统计量所反映数据的特征有所不同。

·平均数反映一组数据的总体情况比中位数、众数更为可靠稳定，但它的缺点是一组数据中的每一个数据都需要参加才能求出，特别是一组数据特大的数据，其计算的工作量也就较大。

·中位数的特征是意义简单明了，容易计算，很少受一组数据的极端数值的影响。它的缺点是比平均数易受一组数据偏差的影响。

·众数的特点是非常简单明显，比较轻易地就能了解一组数据的大致情况。它的缺点是当一组数据的组距变动很大时，就难以判定它的准确值，所以，它只能大略地估计一组数据的集中趋势。

在教学中，要通过大量、丰富的实例，让学生逐步体会如何选择适当的统计量来表示数据的特征。

5. 培养学生有意识地从报刊、杂志、电视等媒体中获取信息，读懂统计图表，并与同伴交往

学生有意识地收集数据信息能力，不是天生具备的，它是在实践活动的过程中逐步形成的。教师可以开展一些专题性的数据信息收集活动，可以帮助学生掌握数据信息收集的方法，也能增强这方面的意识。例如，组织收集某次有巨大影响的世界运动会的信息活动。学生就可以从报纸、杂志、电视以及网上寻找有关的内容，从中了解参加比赛的有哪些运动项目，每种运动项目规定运动员有多少人，参赛国家得奖牌的情况，我国得奖牌的情况是世界的第几位，各种体育项目的明星是谁，然后在全班交流。在交流过程中，教师可以指导学生讨论“怎样迅速收集数据信息”。经过多次专题性活动，学生学会掌握一些数据信息收集的方法。

在现代社会中，到处用直观、简捷的统计图表呈现数据，能读懂统计图表，是现代公民必备的素质。因此，培养学生从小有意识地从报纸、杂志、电视等媒体所呈现的统计图表中，与同伴交流所获得的信息，是非常重要的。例如，学生或教师从媒体中找到这样一组信息：我国50年间铁路、公路、水路以及航空客运量的统计表，如表8－7所示。

表8－7　航空客运统计表

时间	1950	1960	1970	1980	1990	2000
人数/万人	2	17	22	343	1660	6094

要求学生仔细阅读统计表，你看到了什么？想到什么？在全班交流。还可以要求学生根据表8－7提供的信息，选择自己感兴趣的话

题，写一份有关交通方面的报告。当然，这样的作业可以让学生在小组内合作完成。

6. 指导学生设计统计活动，检验某些预测

设计统计活动是统计知识的综合运用，它包括设计的主题，实施的方法以及数据的整理、分析等。在指导学生进行这一活动时，要注意以下两点。

(1)设计统计活动的主题要与学生的生活密切联系

为了便于学生实施调查、分析某项活动，设计活动的内容应是学生十分熟悉的，或通过一定的努力可以去做的。例如，估计你们班所有同学的家庭一个月共丢弃多少个塑料袋，通过实际调查验证你的估计。由于每个家庭使用并丢弃塑料袋是习以为常的事情，学生每天都能接触到。同时，调查的范围也在同一个班内，学生容易实施。在调查前，以小组为单位，先设计一个调查表，就能实施调查。在生活中这样的实例很多，例如，调查班内某个同学上学在路上所用的时间；上学所用的交通工具；每天做家庭作业所用的时间等。教师在组织学生进行设计时，经常运用他们身边的实例作为主题，学生就比较容易掌握统计活动的设计方法。

(2)设计统计活动应与预测相结合

预测是对某一事物的一种判断，这种判断正确与否，与预测者的经验和掌握的材料有关。提高学生的预测能力，对他们今后判断事物有着重要的关系。为了提高学生的预测能力，在开展设计统计活动时，可以先进行一些预测。例如，对这每个家庭丢弃塑料袋的调查，在调查之前，先让学生预测一下，然后再用调查的数据来验证预测的结果。这样既可以使学生懂得预测时需要考虑的几个方面，也可以使他们学会运用验证的方法。

7. 指导学生能解释统计结果，能根据结果做出简单的判断和预测，并能进行交流

解释统计结果是分析数据的一种能力，也是对统计结果进行判断的基础。在组织这一活动时，解释统计结果的内容应该是学生熟悉的。如果其内容不是他们熟悉的，对它没有感性认识，他们不感兴趣，也不

容易解释清楚。例如，某班40人，每天做家庭作业的时间在20～29分钟的有8人；30～39分钟的有26人；40～59分钟的有4人；60分钟以上有2人。从这些统计数据结果分析，做家庭作业用的时间在40分钟以内的占大多数，说明老师留家庭作业的量是比较合适的。但还有一部分同学用的时间比较长，就要考虑他们学习上有没有困难，还是学习习惯不太好，一边玩一边做作业。由于这一内容学生比较熟悉，所以在进行解释时，学生容易积极投人。

另外，还要注重学生间的交流活动。对学生来说，由于个体的特征以及家庭背景不同，他们在解释结果时，其角度也会不同，对此，要组织学生进行交流。交流的形式可以是同桌交流、小组交流或者全班交流。交流的目的是拓展学生思考的角度以及提高他们的语言表达能力。

8. 初步体会数据可能产生误导

在日常生活中，有些单位或个人为获取某些利益，选取一些不合理或不具有代表性的数据进行误导，在义务教育阶段的统计学习中，有必要让学生体会根据统计数据，可能会产生一些不正确的结论，对人们的判断有负面影响，教师可以有意识地选择一些这方面的素材，组织学生讨论。例如，某公司有15名职工，对外招聘时，称该公司职工的月平均工资超过1200元。分析表8－8。你怎样看待该公司公布的这个数？

表8－8　职工工资统计表

职务	经理	副经理	职员
人数/人	1	2	13
有工资/元	5000	2000	800

学生在讨论中发现：该公司管理人员的工资大大高于绝大多数职工的收人，面一般职员的工资只有平均工资的2/3，使学生体会到极端值对平均数的影响，认识到该公司突出平均工资1200元的目的。学生只有在讨论的过程中，才会逐步体会到数据的误导。

第三节　概率的教学

一、不确定现象的教学

第一学段不确定现象教学的总目标是:初步感受事件发生的不确定性和可能性。教学中应借助于实例,使学生对不确定性和可能性获得直观感受。

1. 初步体验有些事件的发生是确定的,有些则是不确定的

要通过实际例子让学生体会客观世界不但存在着确定事件,也存在着不确定事件。

(1)在活动的过程中得到体验

对低年级的学生来说,在课堂教学中做一些游戏有很大吸引力。例如:让每个小朋友准备一些不同的硬币,然后,猜一猜硬币掷在课桌上,它是正面朝上还是反面朝上。在学生猜的过程中,安排学生做掷硬币的游戏,让学生体验到硬币的正面有朝上的可能性,也有朝下的可能性。又如:袋子里放一些红球和白球,让学生任堂摸一个,摸出的是什么颜色的球?可能摸出黑球吗?学生发现,摸出的球可能是红球和白球,但不可能是黑球,然后再拿出一个袋子,里面装的都是红球,让学生任意摸一个,学生发现摸出来的一定是红球。

(2)在讨论的过程分析现象

学生经过上述活动,初步体验到有些事件的发生是确定的,有些事件的发生是不确定的。在此基础上,让学生联系实际,说一说:什么事情不可能发生,什么事情可能发生?使学生在讨论的过程中,深化他们的初步体验。并用“一定”、“不可能”、“可能”等词语描述和表达。

(3)让学生体验事件发生的可能性与个人愿望无关

教师要有意识地寻找一些带有感情色彩的事件,例如:“2008 年奥运会中国男子足球队赢得冠军。”让学生来判断其发生的可能性,让学生体会到对于某一客观事件来说,其发生的可能性与个人的愿望无关。

2. 能够列出简单试验所有可能发生的结果

记录简单试验的结果，是分析事件发生可能性的依据。学生通过记录，既能从中体验到不确定的现象，又能为简单分析提供依据。在做试验的过程中，要让学生懂得试验的操作方法，并学会记录。

(1)指导试验的操作过程

虽然学生所做的试验是极其简单，但在操作过程中，仍有一定的步骤。例如：如果盒子里有 5 个颜色不同的小球，每次摸一只小球，每次摸出小球的颜色有哪些可能？对于这一活动，首先，要指导学生明确摸球的规则，一个小朋友摸球后，另一个小朋友才能接着摸。其次，要指导学生会放球，当一个小朋友摸出小球看见了颜色后，应把小球放回原处。以上这些操作虽然十分简单，但还是要在教师的指导下，才能规范地进行。

(2)允许学生用象形图进行记录

由于本学段的学生是低年级，在记录中应允许他们用象形图。例如：在上述的摸球活动中，可以准备一些同样颜色球的纸片，以便用直观形式记录。当学生摸出一个红球时，就用一个红球纸片来记录。

(3)要列出简单试验所有可能发生的结果

如摸球活动，要列出试验所有可能的结果。如果摸球的次数比较少，就会遗漏可能发生的结果。要帮助学生确认：袋子里的每一个球都可能被摸到。

3. 知道事件发生的可能性是有大小的

如摸球，如果某种颜色的球数量多一些，那么摸出这一颜色球的可能性就大一些。对于这些道理不能由教师直接告诉学生，只有在活动过程中，通过对比逐步悟出其中的道理。

(1)在对比活动中悟出道理

例如：教师可以设计这样的对比活动：盒子里有 2 个红球和 2 个黑球，请学生连续摸 10 次，看一看摸到红球的次数与摸到黑球的次数是不是差不多。然后，使盒子内有 1 个红球和 3 个黑球，再请学生连续摸 10 次，看一看摸到红球的次数是不是比摸到黑球的次数少得多。经过一系列的活动，使学生探索并体会到事件发生的可能性是有大小的。由于可能性的大小对于小学生来说，暂不要求定量把握，只要求定性地

初步了解，所以对于频率（次数）大小的比较，用"差不多"、"少（多）得多"表述就可以了。

(2)从活动记录中悟出道理

对于上述的活动，除了让学生积极参与外，还要求他们把活动的过程记录下来。这样，既可以从记录的数据中悟出一些道理，便于发现规律，同时，也有利于学生复习巩固记录的方法。

4．对一些简单事件发生的可能性做出描述

对一些简单事件发生的可能性可以让学生用语言来表述自己的感受。诸如"一定"、"很可能"、"偶尔"、"不可能"、"可能"等，并不要求学生求出可能性的大小。

(1)在活动中描述不确定的现象

例如：在上述摸球活动中，如果盒子内有 8 个白球、2 个黄球，那么"摸出的球中很可能是白球"。如果盒子内的 10 个球都是白球，那么，"摸出的球一定是白球而不可能是黑球"等。学生一边操作，一边观察，一边描述，就能体会到描述词语的实际意义。

(2)在比较中深刻理解词语意义

例如：盒子内有 1 个白球和 9 个黄球。学生在摸球中，描述 1 次摸球"不太可能是白球"，而不把它描述成"可能是白球"。当盒子内有 4 个白球和 6 个黄球时，在摸球中，学生又该如何描述？经过操作过程的比较，学生对描述的词语可以理解得更深刻。

(3)在活动中让学生体会事件的随机性

例如：盒子内有 1 个白球和 9 个黄球。摸 1 次球，虽然"很可能是黄球"、"不太可能（偶尔）是白球"，但是，在摸之前，并不知道摸出的球就是黄球，而不是白球。同时 摸出来之后，有可能恰恰就是白球，而不是黄球。要让学生体会事件发生的随机性。

二、可能性的教学

第二学段可能性教学的总目标是：进一步体会事件发生可能性的含义，并能计算一些简单事件发生的可能性。

1．体验事件发生的等可能性以及游戏规则的公平性，会求一些简单事件发生的可能性

从知道事件发生的可能性有大小之分到等可能性，是对事件发生的可能性的研究从定性到定量的过渡。教学时，要通过大量的例子和活动让学生体会事件发生的等可能性，丰富学生对等可能性的理解。

有些游戏本身就是一种随机事件的实验，对游戏规则公平性的研究，实际上是事件发生可能性的一种应用。一种游戏规则公平与否直接与这个游戏的方式有关。在很大程度上，游戏将有助于学生对随机事件的理解。另一方面，对游戏公平性的研究，将有利于培养学生公平、公正的态度，有助于学生形成正确的世界观。

(1)在活动过程中，理解事件发生的等可能性

生活中的不确定现象表面看无规律可循，出现哪一个结果事先无法预料，但当大量重复实验时，实验的每一个结果都会呈现出其频率的稳定性。对于这方面的认识，也只有在学生的具体活动中才能体会。例如：掷币的游戏。如果只掷一两次，那么正面朝上或反面朝上的概率是十分不稳定的。如果全班分几组每人都掷 10 次，分别记录下各组正面朝上和反面朝上的次数，并将全班各组的数据汇总，那么就能让学生体验到硬币正面朝上或反面朝上的等可能性。又如：转盘游戏，一只转盘分成几等份，每一份有不同的颜色，并标上 1、2、3 三个数字，转盘的环上带有一个指针。如果转动转盘，转盘停止后，指针指向哪种颜色的可能性大？学生在进行这一游戏时，教师可以适当放宽一些时间。经过多次的活动，学生也会从中体验到，无论选择哪一个数字，其转盘停止后指向各个数字的可能性是相等的。

(2)在猜测中理解游戏的公平性

例如：小明和小红在掷币的游戏中，任意掷一枚硬币两次，如果两次朝上的面相同，那么小明获胜；如果两次朝上的面不同，那么小红获胜，这个游戏公平吗？在教学中，可以先让学生猜测这个游戏的公平性，并说明自己的想法。学生在猜测结果时，可能会存在一个误解：认为小明获胜的机会(两正和两反)比小红(一正一反)获胜机会多。澄清误解的一个重要方法是使学生亲身经历实验，通过实验结果修正自己
误解的一个重要方法是使学生亲身经历实验，通过实验结果修正自己
的想法，体会到一正一反出现的次数和两正(或两反)一样大，实际上包

括了(正、反)和(反、正)两种情况。因此,这个游戏对双方是公平的。同时,学生在实验过程中会发现,每一次实验的结果事先是无法预料的,每一个小组的实验数据都带有不确定性,但大量实验后,四种情况出现的频率都稳定在同一个数值上。

(3)会求一些简单事件发生的可能性

第一学段只要求学生知道事件发生的可能性有大小之分,第二学段则要求学生会求一些简单事件发生的可能性。例如:让学生研究如下问题:盒子里有9张同样大小的卡片,标号分别为1,2,3,4,5,6,7,8,9。从中任取一张,求:

取出5号的可能性有多大?取出双号的可能性有多大?取出单号的可能性有多大?取出标号小于5的可能性有多大?

随着学生年级的升高,关于概率问题的难度可以增大一些,以引起学生的深入思考。例如:小明和小亮各有一个正方体,六个面分别写着1,2,3,4,5,6,小明和小亮同时掷一次,求:都是偶数向上的可能性有多大?都是3的倍数向上的可能性有多大?都是大于3的数向上的可能性有多大?和是2的可能性有多大?

游戏规定:向上的数字之和是8小明赢,是9小亮赢。本游戏规则是否公平?如果不公平,怎样制定规则才公平?

本题的解决教师可以做适当的指导:每人掷一次,向上的两个数字一共有多少种情况?你有什么办法把所有可能的情况都表示出来?

2. 能设计一个方案,符合指定的要求

这是对可能性的定性与定量描述的逆向思维。这就是说,知道某种事件发生的可能性,要求学生设计一个方案,使之符合指定的条件。例如:在一个口袋中装入若干个形状与大小都完全相同的球,使得从袋中摸出一个红球的可能性为$\frac{1}{3}$,可以怎样放球?

这个问题本身是一个非常开放的问题,最简单的一种方法就是在袋中放入1个红球、2个白球,问题的答案还可以是:在袋中放入红球与白球的数量的比是1:2。比如,红球与白球的数量可以分别是5和10,更发散一些,只要满足红球与非红球的数量之比是1:2就可以了。

比如:1 个红球、1 个白球、1 个黄球。

学生在设计这样的方案时,首先他们要理解等可能性的概念;其次,他们会作一些简单的计算。通过方案的设计,有助于学生更加深刻地理解可能性。同时,这样的学习有助于培养学生的创新思维,发展创新能力。

教学中,要注意设计的内容便于学生检验。例如:把一个转盘分成若干份,使得指针指向数字“2”的可能性为$\frac{1}{2}$。这个设计内容,学生可以用直径把转盘分为两等份,其中 1 份标上数字“2”;也可以把它分为四等份,其中有两份分别标上数字“2”;也可以分为六等份、八等份,等等。不仅设计的方案有多种,同时,设计以后学生又可以通过做游戏的形式来验证自己的设计,这样可以大大提高他们学习的积极性。

3. 对简单事件发生的可能性做出预测,并阐述自己的理由

对于生活中的某些简单事件的发生可能性先进行预测,然后与实际情况对照来验证预测的准确性。一方面可以说明可能性计算的作用,另一方面,可以促进学生对随机思想的进一步理解。例如:让学生研究如下问题:甲和乙各有一个正方体,六个面分别写着 1、2、3、4、5、6,同时掷一次,游戏规定:向上的数字之和是 8,甲赢;是 9,乙赢。你应该选甲还是选乙? 学生要做出有利于自己的选择,应当先计算向上的数字之和是 8 或者是 9 的可能性,通过可能性的大小比较确定自己的选择。通过计算,向上的数字之和是 8、9 的可能性分别是$\frac{5}{36}$、$\frac{4}{36}$,选甲,赢的可能性更大一些。再让学生分组通过实际操作检验一下,学生可能发现,选甲的可能会赢,选乙的也有可能赢,但并不是选甲的一定赢,总体上选甲的赢的组应当多一点。通过这样的活动,学生既学会了通过可能性进行预测,确定有利于自己的选择,又可以加深对随机现象的理解。教师在选择实例让学生预测时,要注意:①选择学生熟悉的实例;②预测可能性应与检验相结合。

思考与练习

1. 简述在小学教学统计与概率的意义。

2. 结合某一具体内容，说一说怎样让小学生理解游戏规则的公平性？

3. 怎样引导学生体验事件发生的不确定性与可能性？结合某一内容写一个教学片断。

4. 结合“求简单事件可能性的大小”的内容写一个教学片断。

第九章　实践与综合应用的教学

传统的数学课程比较注重学科知识体系，而与学生的生活实际联系不够。这在一定程度上造成了我们的学生强于基础弱于应用，强于计算弱于实践，强于应试弱于创造。《全日制义务教育数学课程标准》（实验稿）在“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”这些知识性领域之外，设置了“实践与综合应用”领域。理解这一领域的教育价值、教学的内容与要求、学习的特点与形式等，进行合理设计和有效实施，对于贯彻《标准》非常重要。

第一节　实践与综合应用教学的意义、内容和要求

一、注重实践与应用是国际数学课程改革的基本趋势

近十几年来，数学教育的观念、内容和方法发生着深刻的变化，强调数学应用和培养学生的实践能力得到国际数学界的普遍认同。人们认为：学校数学具有现实的性质，它来自于现实生活，再回到现实生活中去；学生通过熟悉的现实生活和已有的数学经验，逐步发现和得出数学结论。这种数学课程的应用性和实践性已成为国际数学课程改革的一大趋势。

例如：美国数学教师协会（NCTM）1989 年的数学课程标准提出：让“学生成为数学问题解决者”，“建立有能力做数学的信心”；2000 年的数学课程标准中提出的学习原则是：“数学教学项目应该使所有学生能够理解和应用数学。”可见，强调数学的应用是美国数学教学的特点之一。

英国 1995 年的数学课程中，把“培养学生数学学习及应用的态

度"，"培养学生数学应用的能力"作为数学教学的首要的基本的目标，强调数学教学要与实际应用紧密联系，认为教师需要帮助学生理解如何应用所学的概念与技能去解决问题。

日本文部省1998年公布并于2002年实施的《中小学数学学习指导纲要》中，也将数学与现实生活的联系和数学的态度作为数学课程的重要目标，还设置了综合课题学习，体现了对数学知识综合运用的关注。

荷兰从20世纪60年代就开始数学教育改革的历程，到90年代初，几乎所有的荷兰中小学生都已经在使用根据现实数学教育思想编写的数学课程，注意培养学生数学的应用意识和实践能力。

二、实践与综合应用的教育价值

"实践与综合应用"领域，是一个全新的内容，反映了数学课程改革的要求，是《标准》的特色之一。它的教育价值体现在：

1. 加强了数学与生活实践的联系

实践与综合应用的素材取之于生活实际，可以使学生体会到数学与现实世界的联系。例如，教学"轴对称图形"时，教师可以让学生观察各种树叶的形状、建筑物的结构、广告牌的画面等，让学生体会到人们生活的环境中有许多物体的形状是轴对称图形。传统的数学课程不太注意与学生熟悉的现实生活的联系，对数学应用的处理有时带有人为编造的痕迹。例如，有一个长、宽、高分别是4米、3米、2米的长方体蓄水池，顶端有一个进水孔，以每小时3立方米的速度往池中灌水，水池的底部有一个出水孔，以每小时2立方米的速度向外部流出，如果池中原来没有水，现同时打开进、出水孔，问经过多长时间灌满池中水？这样的问题就缺少实际背景。我们可以将它改编成：某人月收人和月支出一定，问几个月某人的积蓄可以购得某种价值的电脑一台？学生数学学习的基础是生活经验，教学中要加强数学学习和生活实际的联系，让学生有运用数学知识解决现实生活问题或处理其他学科提出的问题的机会，有对数学内部的规律进行探索研究的机会，让学生体会数学和实际的联系，形成数学应用的意识。

2. 改变了数学学习方式

《标准》指出："学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战性的"，"动手实践、自主探索和合作交流是学生数学学习的重要方式"，"学生是数学学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者"。因此，数学课堂不再简单地作为学生"接受"知识的地方，而成为学生探索与交流数学、构建自己有效的数学理解的场所。学生应从他们的经验出发，在教师帮助下自己动手、动脑做数学，逐步发展对数学概念的理解和问题解决的能力。教学中可以多给学生一些问题，增强问题的探索性、思考性和综合性，比如，住房装修时会遇到哪些具体问题？这些问题应采用怎样的策略去解决，等等。实践与综合应用可以采取操作实验、自主探索、大胆猜测、合作交流、课题研究等多种学习方式。实现数学学习方式的多样化，学生才能真正成为学习活动的主人。

3. 有助于实践能力、创新能力的发展

20 世纪 70 年代以来，联合国教科文组织所发生的一系列报告、文件都把教育回归生活世界、培养社会实践能力作为强调的重点之一。培养小学生的创新思维、创新意识和实践能力作为强调的重点之一。培养小学生的创新思维、创新意识和实践能力是一项迫切的任务，以计算技能和解决常规问题为重点的小学数学教育已经不能满足时代发展的需要了，小学数学的教育目标应包括培养学生高层次的数学思考能力、创新精神和解决实际问题的能力。

实践与综合应用的理论基础是：以活动促发展，以应用促提高，加强数学与现实生活的联系，与数学学科外部的联系。其目的是给学生打好数学基础，发展思维能力，培养创新意识和实践能力。例如，学习圆周率这一内容时，教师首先让学生测量一些圆的周长与直径，并让学生求出周长与直径的比，经过测量、计算、比较、猜测等一系列活动总结出圆周率。

教育中，教师应努力创设问题情境、生活情境，让学生主动参与到实践活动中去。例如："怎样打电话省钱"、"压岁钱怎样花"、"铺地砖问题"、"购房中的数学问题"、"如何制订旅游计划"等，让学生在生活经验数学化、数学知识实践化的过程中，体会数学在我们的生活中的实际价

值。

三、实践与综合应用的教学内容和要求

“实践与综合应用”这个本来处于隐性位置的领域,被设置成与“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”三个知识技能领域并列,这不仅强调了这个领域,而且使新的数学课程兼有学科课程和经验课程的特征。将“实践与综合应用”作为数学知识技能领域的内容之一,并不是在其他数学知识领域之外增加新的知识,而是强调数学知识的整体性、现实性和应用性。

“实践与综合应用”贯穿于整个教学过程,并且是以不同的形态呈现的。在《标准》中,第一学段设立了“实践活动”,第二学段设立了“综合应用”,第三学段设立了“课题学习”,三个阶段的主题形式各有侧重,并体现了该领域的安排由易到难,由简单到复杂。实践活动着重让学生体验数学在现实世界中的存在形式,感受数学与生活实际的联系,提高学生学习数学的兴趣,增强应用数学的意识和运用数学解决实际问题的能力。比如,用七巧板拼图;选用适宜的工具和适当的方法量物体的长度;用学到的方位知识解决有关测定方位的问题;用调查统计的方法研究体育运动时脉搏、呼吸的变化规律。实践活动一般比较简单,用到的数学知识相对较少,易于操作。综合应用同样重视实践,但问题的复杂程度相对较高,用到的数学知识较多,需要一定的操作技能和解决问题的策略。比如,了解我们的生存空间;设计包装不同盒数磁带的方式等;“实践与综合应用”从活动周期的长短来看,有短期和长期之分。短期的活动一般用1～3课时或1课时中的部分时间来完成,其主要目标是知识的获取和整合。比如,模拟抽奖活动;通过制作长方体(正方体、圆柱、圆锥等)模型获得有关知识;通过剪纸活动建立对称图形的概念,体会对称图形的特征和美学价值。长期活动一般用星期或一个月左右的时间来完成。其主要目的是扩展和提炼知识。比如,调查了解家庭、学校的用水情况,推测一座城市每年的用水量,提出有哪些浪费水资源的现象和节约用水的措施;用数学的方法研究本地发展公共交通与限制载人摩托问题;编制一个数表,使得人们只需要测量圆锥的高度(或底面的周长)便可简便地估计小麦、玉米的体积(或重量)。

《标准》中这部分内容总的要求是："帮助学生综合运用已有的知识和经验，经过自主探索和合作交流，解决与生活经验密切联系的、具有一定挑战性和综合性的问题，以发展他们解决问题的能力，加深对'数与代数'、'空间与图形'、'统计与概率'内容的理解，体会各部分内容之间的联系。"总要求中主要包含三个方面：一是发展解决问题的能力；二是加深对其他三个学习领域内容的理解；三是体会各部分内容之间的联系。现将前两个学段的教学要求与具体目标列于表9－1中：

表9－1 "实践与综合应用"的教学要求与目标

	第一学段(1～3年级)	第二学段(4～6年级)
	实践活动	综合应用
分段要求	通过实践活动，初步获得一些数学活动的经验，了解数学在日常生活中的简单应用，初步学会与他人合作交流，获得积极的数学学习情感	通过数学活动了解数学与生活的广泛联系，学会综合运用所学的知识和方法解决简单的实际问题，加深对所学知识的理解，获得运用数学解决问题的思考方法，并能与他人进行合作交流
具体目标	①经历观察、操作、实验、调查、推理等实践活动；在合作与交流的过程中，获得良好的情感体验 ②获得一些初步的数学实践活动经验，能够运用所学的知识和方法解决简单问题 ③感受数学在日常生活中的应用	①有综合运用数与代数、空间与图形、统计与概率等相关知识解决一些简单实际问题的成功经验和方法，初步树立运用数学解决问题的自信心 ②初步感受数学知识间的相互联系，体会数学的作用
教学注意事项	关注学生参与活动的情况，引导学生积极思考、主动与同伴合作、积极与他人交流，使学生增进运用数学解决简单实际问题的信心，同时意识到自己在集体中的作用	引导学生从不同角度发现实际问题中所包含的丰富的数学信息，探索多种解决问题的方法，并鼓励学生尝试独立地解决某些简单的实际问题

根据这样的要求，将使教材编写和课堂教学更加联系学生的生活实际，促使学生进行自主探索、合作交流，并学会综合运用所学知识解决实际问题，这对培养学生的创新意识和实践能力具有较强的促进作用，同时使新的数学课程具有一定的弹性和开放性。但是《标准》中关于"实践与综合应用"的说明不够具体，内容还没有形成一定的体系，目

标要求虽有一定梯度，但在具体实施时还难以把握，有待进一步探讨。

第二节　实践与综合应用的学习特点和形式

一、实践与综合应用的学习特点

实践与综合应用是学生在教师引导下，在已有知识经验的基础上，从所熟悉的现实生活中发现、选择和确定问题，主动应用所学知识解决问题的学习活动。一般包括：进入情境、实践体验、解决问题和表达交流四个阶段。

实践与综合应用领域的学习具有以下特点：

1. 现实性

"实践与综合应用"的一个重要目标，是让学生体会数学与现实世界的联系，树立正确的数学观。教学中要根据学生的年龄特点和心智发展水平，密切数学与现实生活的联系。例如，收集生活中常见的数(如几个人、几棵树、几支笔)，列举与数有关的事物(如车票、楼层、时钟)，解释生活中有关数学的现象等。通过一系列活动，使学生认识数学的现实意义，认识到事物的状态可以用数去刻画，数学与现实生活有着密切的联系。

2. 主体性

学生是学习的主体，这一特点在"实践与综合应用"中更为突出。例如，"月球旅行"中的进影院问题：影院的 1 号门标有"票价一律 8 元"，2 号门标有"成人票 10 元、儿意票 6 元"。有三个家庭：1 号家庭是爸爸、妈妈和孩子，2 号家庭爸爸带着 1 个孩子，3 号家庭是爷爷带着两个孩子，他们走哪号门省钱呢？答案不难看出。为了让学生有更多的参与机会，老师可以提出：谁有不同意见？竟有学生提出：每个家庭的大人走 1 号门，小孩走 2 号门，还有学生对书上的图提出质疑：为什么总是大人牵着小孩的手呢？

3. 实践性

"实践与综合应用"往往离不开操作活动，强调学生的亲身经历，所

以实践性是其显著特点。实践活动包括学生在建立数学概念、理解数学知识的过程中,学生所进行的动手、动脑、动口等一切的操作活动。对学生来说,他们所面对的是人类积淀和锤炼的间接经验,将知识完整地传授给学生,让学生快捷地懂得这些成果,也许是一条捷径,但若让学生在操作过程中经历探索的"弯路"、"岔路"和纠纷的过程,体验数学与生活的联系,将更有利于提高学生学习的兴趣,获取知识,启迪思维,提高解决问题的能力。

4.综合性

近二十年来,数学教学改革的一个值得注意的特点是,不仅要从现实生活题材中引入数学,而且要注意数学与其他学科的联系,打破传统格局和学科限制,允许在数学课中研究与数学有关的其他问题。应用的过程是一个综合性的思维活动,掌握信息收集和研究的方法,培养问题意识,以及动手实践、自主探索和解决问题的能力。

5.探索性

"实践与综合应用"本质上是一种解决问题的活动。在解决问题的过程中,需要学生独立思考,自主探索。教学中,首先要有一个比较大的问题;这个问题对于学生来说应该具有探索的余地和思考的空间,都是应该充分尊重学生的自主性,让学生经历一个收集信息、处理信息和得出结论的过程,让学生在此过程中学会一些探索的方法。

二、实践与综合应用常见的学习形式

实践与综合应用的学习方法与形式灵活多样。近年来,国内外研究人员和教师探索出了一些有价值的学习形式,这些形式的共同特点是让学生成为学习活动的主人,教师是学习活动中的组织者、引导者、合作者。具体包括:

1.数学测量

数学测量是指学生在教师指导下,运用所学知识和方法,利用简易量具,对事物的长度、角度、面积、体积、质量、时间、温度等属性进行度量的过程。量是客观事物所具有的能区别大小的属性。比如,事物的大小、多少、长短、高低、轻重、快慢等。每一种具体的量都可以被测量。通过测量可以帮助学生认识测量工具,掌握测量方法,增强应用数学的

意识和实践操作的能力。

在测量中，需要把一个量与另一个作为标准的同类量进行比较，这个比较的过程叫做计量。计量可以分为直接计量和间接计量。把要计量的量直接同计量单位进行比较而得出量数的方法叫做直接计量。例如：用刻度尺量一量一本书的长与宽；量一量同学的身高；用1平方厘米的小方块摆一摆，求一张16开纸的面积等。先计量其他有关的量，然后通过计算得到所需的计量结果，这种计量方法叫做间接计量。例如：先量长方形的长和宽，再算长方形的面积，所用的就是求面积的间接计量法。

人们在计量时，如果对计量结果的精确度要求较高，那么就要使用计量工具（如量角器、米尺、卷尺等）进行测量。如果对计量结果的精确度要求不高，也可以不用计量工具。如用步测或目测的方法来测距、估一估黑板面积的大小等。

2．数学调查

数学调查是指学生在教师指导下，从学习生活和社会生活中选择和确定调查专题，收集、分析信息并做出决策的学习活动。例如：

北京某小学六年级3名学生发现学校多媒体教室的柜式空调冷凝水一天下来，竟可以接满两大桶，这引起了他们的兴趣。经测量一台家用空调4小时滴出了冷凝水1.6升，全班同学中41个家庭有空调，4小时大约有65.6升水流掉。全市210万个家庭，假如只按100万个家庭有空调且开4小时计算，就会流出1600吨冷凝水；再假设一年使用100天，每天使用4小时，空调流水竟达16万吨，这些水可以让1000个三口之家使用一年，若再加上机关、学校、商店、宾馆、工厂等处由空调流出来的冷凝水，那该是个多少惊人的数字啊。

孩子们分别用自来水和经太阳晒过的冷凝水来浇花，经过5天的对照，植物生长的情况没有看出太大的差别，经请教市环保局，得到的答复是，空调冷凝水与自来水的惟一区别是前者未经过净化处理，人不能直接喝，但浇花、养鱼都行。

这3名小学生呼吁：设法把空调的排水管引入阳台或室内，把冷凝水收集起来加以利用。孩子们也希望大人能早日研制出可以回收冷凝

水的空调，为节约水资源做出贡献。

数学调查首先要确定专题，调查的专题一般来自于日常生活和生产实际，可以由教师提出，也可以由学生提出。根据调查的专题再组成协作小组，通过制订计划、落实分工、开展调查研究，最后形成结论并撰写报告。

3. 数学制作

数学制作主要指立体几何模型的制作，数学教具、学具的制作，数学玩具的制作等，数学制作对于学生领会数学对象的生动形象非常有效，通过数学制作活动，可以提高学生的空间想像能力和动手能力，激发学生学习数学的兴趣，强化学生对数学知识的感性认识，促进学生抽象思维能力的发展。例如，制作七巧板或包装盒时，先要设计，通常还要根据要求进行适当的计算，画出相应的平面图形，再进行剪裁。例如，要将 12 个 1 立方分米的正方体放入一个长方体包装盒，如何设计包装盒省料？

要使包装盒省料，也就是要使包装盒的表面积最小。经分析可以看出，不同的包装方式有：$1\times1\times12$、$1\times2\times6$、$1\times3\times4$、$2\times2\times3$。分别计算出这些不同的包装方式的表面积：

$(1\times1+1\times12+12\times1)\times2=50$(平方分米)；

$(1\times2+2\times6+6\times1)\times2=40$(平方分米)；

$(1\times3+3\times4+4\times1)\times2=38$(平方分来)；

$(2\times2+2\times3+3\times2)\times2=32$(平方分米)。

比较发现，第四种方案表面积最小，并且容易看出，体积一定时，包装盒的形状越接近于正方体，它的表面积就越小。

4. 数学游戏

寓数学问题于游戏之中，让学生在做游戏的过程中学习数学知识，理解数学的思想和方法，符合儿童的心理特点，学生参加数学游戏的过程实际是学数学、用数学的实践过程，因此数学游戏必须具备两个特点：一是要有趣味性和娱乐性，能调动学生参与的积极性；二是要蕴含数学的原理和方法，为学习数学知识，解决数学问题服务。数学游戏包括：猜数、拼图、抢答、数学接力赛等。例如：两个同学一组可做下面的

猜数游戏：

甲：我想了一个两位数，你猜是多少？

乙：这个数比 50 大吗？

甲：对。

乙：这个数比 70 小吗？

甲：对。

乙：这个数比 60 小吗？

甲：错。

乙：这个数比 65 小吗？

……

这个游戏不仅可以使学生体会数的大小，而且还能使学生学会解决问题的策略。上述游戏还蕴含着相互的"区间套"逐步逼近的思想。

5．数学实验

数学实验是指学生在教师指导下以数学学习为目的和小学数学的知识、思想和方法，以及实验器材，通过一事物或现象发生、发展或变化，探索数学规律的活动过程。数学实验具有以下基本特征：一是重复性，即同一实验在相同条件下可以重复进行，反复观察，这有利于学生对数学知识和实验的理解与掌握，有利于体现教育的个别化；二是可以实现定性研究和定量研究，通过数学实验不仅能观察现象产生的全过程，进行定性研究，还能测量有关数据，计算各种参数之间的数量关系，进行定量研究。

数学实验可以分为验证性实验和探索性实验。验证性实验是指验证别人公布的结论是否正确，或在学习过程中通过对已有结论的验证而加深对数学的理解；探索性实验是指以解决数学问题为目标。它们的区别在于：验证性实验时实验者已经知道实验结果；探索性实验时实验结果还有待发现。但两者之间又有联系，进行探索性实验时，往往需要先进行猜想，然后再对猜想进行验证。例如：

①验证圆周率 π 的数值，可以用直径大小不同的圆片在有刻度的直尺上滚动，计算周长与直径的比，看它是不是一个确定的数。

②验证等底等高的圆柱和圆锥的体积之间的关系，可以在圆锥形

容器中盛满细沙或水，倒入圆柱形容器，边倒边观察，发现连续倒了三次恰好倒满。

③探索用 12 个相同的单位正方体可以搭建成哪些形状的长方体？

6．数学建模

随着科学技术、经济的飞速发展和计算机的广泛应用，数学日益成为一种技术，其手段就是计算和数学建模。粗略地说，所谓“数学建模”是指解决各种实际问题的一种数学思考方法。它是将实际问题，经过抽象、简化，明确变量和参数，并依据某处“规律”建立变量和参数间的一个明确的数学关系（即数学模型），然后求解该数学问题，并对此结果进行解释和验证，若通过，则可投入使用，否则将返回去，重新对问题的假设进行改进。其过程可用如下框图 9－1 表示。

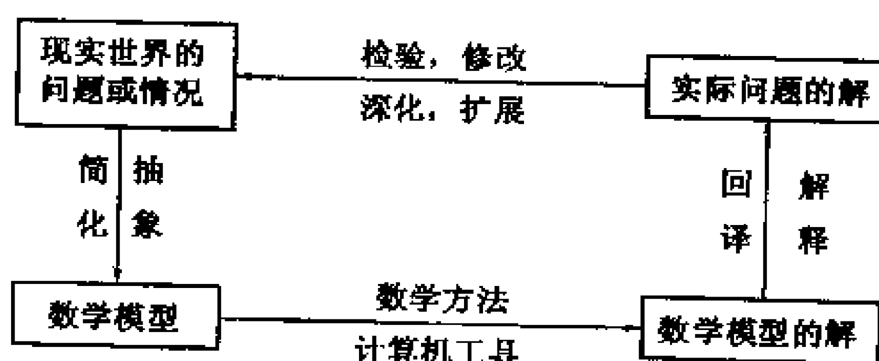


图 9－1

由此可以看出，数学中概念、公式、法则、数量关系、图形、算式等都是数学建模的结果。可以说，凡有数学及其应用就有数学建模。科学家认为：数学建模在 21 世纪的数学教育中必将占有重要地位。

数学建模的过程，是实践—理论—实践的过程，是理论与实践的有机结合。通过数学建模的教学，不仅使学生更好地掌握数学基础知识，学会数学的思想、方法、语言，也是为了学生树立正确的数学观，增强应用数学的意识，全面认识数学及其与科学、技术、社会的关系，提高分析问题和解决实际问题的能力。

数学建模的教学，极大地改变了传统的教学方法，给学生提供了一个自我学习，独立思考，认真探索的实践过程，提供了一个发挥创造才能的条件和氛围。在这个过程中，教师扮演的是教学的设计者、组织

者、引导者和帮助者，学生是学习过程中的主体，师生处于平等地位。由于要求学生对学习的内容进行独立思考、合作探究、报告、答辩或争辩，所以极大地调动了学生学习的积极性。根据现代建构主义学习观，知识不能简单地由教师或其他人传授给学生，而只能由学生依据自身已有的知识和经验主动地加以建构。因此数学建模教学，符合现代教学理论，必将有助于全面提高学生的素质。

数学建模是解决实际问题的过程。在这一个过程中，建立数学模型是最关键、最重要的环节，也是学生的困难所在。它需要运用数学的语言和工具，对部分现实世界的信息（现象、数据等）加以简化、抽象、翻译归纳。教学中，要使学生初步学会建立数学模型的方法，提高学生应用数学知识解决实际问题的能力，一般要注意以下几点：

（1）审题

建立数学模型，首先要认真审题。实际问题一般都有比较长的叙述，涉及的名词、概念较多，因此要耐心细致地读题，深刻分析实际问题的背景，明确建模的目的；弄清问题中的主要已知事项，尽量掌握建模对象的各种信息；挖掘实际问题的内在规律，明确所求结论和对它的限制条件。

（2）简化

根据实际问题的特征和建模的目的，对问题进行必要的简化，以便抓住主要因素，抛弃次要因素，数量关系，联系数学知识和方法，用精确的语言做出假设。

（3）抽象

将已知条件与所求问题联系起来，恰当引人参变量或适当建立坐标系，将文字语言翻译成数学语言，将数量关系用数学式子、图形或表格等形式表达出来，从而建立数学模型。

例如：建筑学规定，民用住宅的窗户面积必须小于地板面积，但按采光标准，窗户面积与地板而积的比应不小于10%，并且这个比越大，住宅的采光条件越好，问同时增加相等的窗户而积和地板面积，住宅的采光条件是变好了，还是变坏了？

分析：这是一个优化问题。欲知住宅的采光条件是变好还是变坏，

就要看同时增加相等的窗户面积和地板面积后，窗户面积与地板面积的比是变大还是变小。设原来的窗户面积和地板面积分别为 a，b（平方单位），同时增加的面积为 m（平方单位），则原题转化为在约束条件 $a < b \leqslant 10a$，$m > 0$ 下，比较 $\frac{a+m}{b+m}$ 与 $\frac{a}{b}$ 的大小。

也就是说，当 $10\% \leqslant \frac{a}{b} < 1$，$m > 0$ 时，$\frac{a+m}{b+m}$ 与 $\frac{a}{b}$ 谁大谁小。由分数的大小比较不难得到 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$，所以采光条件变好了。

近年来，国内外研究人员和教师为了改善学生的学习方式，提出了一些新的数学活动形式。

7．生活中的数学

"生活中的数学"强调数学的生活背景，让学生在身边的事情中发现数学，通过身边的事情学习数学，并把数学知识应用到自己的生活中去。"生活中的数学"要求数学学习内容应当具备小学生所感兴趣的实际背景，并让其在现实背景中进行观察、实验、猜测、验证、推理、交流与问题解决等活动。包括：情境教学、课外参观、实际调查等。

8．小课题研究

小课题英文称为"project"，学生对完成小课题一般会有浓厚的兴趣。小课题研究应当成为改善学生学习方式的一个重要方面，完成这些小课题需要注意以下几点：

①要有好的问题。这个问题对学生来说既要有趣味性，又要有探索余地和思考空间。例如："如何合理使用公用电话卡"；"如何合理购买大小包装的同种商品"；"生活用垃圾袋带来的白色污染"等。

②注重引导学生进行探索，发挥学生学习的自主性。

③组织学生合作交流。在研究过程中既各司其职，又相互协作，共同完成。

④对课题研究的评价要注重过程。

9．动手做（hands on）活动

美国的小学数学学科的理科广泛使用这一方法。它的特点在于：第一，强调从学生周围生活中取材，让学生动手实践；第二，强调学生主

动学习；第三，它不仅强调知识学习，而且强调学习方法、思维方法、学习态度的培养；第四，要有足够的时间让学生进行探索和交流。它的基本过程是：提出问题—动手做实验—观察记录—解释讨论—得出结论—表达陈述。强调学生亲自动手实验和思考，并为理解实验结果而进行讨论。教师要引导学生活动，而不是代替他们去做。

小学数学实践和综合应用的形式多种多样，实践中人们还会创造出新的活动形式，以培养学生的创新意识和实践能力。

第三节　实践与综合应用的设计和评价

一、实践与综合应用的设计

1．开展数学实践活动的一般步骤

数学实践活动课作为一种课型有其自身的特点，其教学过程一般按以下步骤进行：

(1)活动的准备

一般由师生共同进行，教师要了解学生的生活经验，研究学生已有的知识基础和技能掌握的情况，制订活动方案，安排活动所需要的器材和各种工具等。

(2)活动的导入

教师要联系学生已有的知识和经验，让学生明确活动的主题和目的要求，诱发学生参与活动的好奇心和求知欲。

(3)活动的实施

这是活动的中心环节，学生在教师引导下，按照活动的目的要求、活动的顺序、动手实践、自主探索、小组合作。教师要参与其中，了解学生的疑难，及时组织讨论、交流，通过师生的共同努力，形成初步的成果，逐步达成目标的实现。

(4)活动的总结

对个人或小组活动形成的初步成果，进行分析、总结和评价，使学生掌握知识、形成技能，并获得情感体验。例如：

[数学实践活动“可怕的白色污染”]

课前准备：布置学生调查家里一天大约要用多少个塑料袋，并以小组为单位绘制成统计表或统计图。

教学时，可根据学生课前绘制的统计表或统计图，引导学生提出数学问题，比如：我们小组平均每个家庭每天用多少个塑料袋？我们班平均每个家庭每天用多少个塑料袋？我们学校有1500人，照这样计算每天要用多少个塑料袋？如果每个塑料袋铺开后大约是4平方分米，那么我们学校每天用掉的塑料袋铺开的面积有多大？等等。最后，根据计算的结果，从量化的角度来认识白色污染给人类带来的危害，并寻求解决问题的办法。

数学实践与综合应用活动一般在课堂上进行，有时也可以延伸到课外。

2. 用数学的观点分析和研究事物

数学教学不仅要使学生体会数学来源于现实世界，还要让学生体会数学知识与现实的联系，体会到数学的文化价值和应用价值，从面树立正确的数学观。因此，教学中要注意创设与学生生活环境、知识背景密切相关的学习情境，引导学生在观察、操作、猜测、交流、反思等活动中，用数学的观点和方法去分析和研究事物，使学生逐步体会数学知识的产生、形成和发展过程。

例如，在空间与图形的教学中，充分利用学生生活中见到过的事物，引导学生探索图形的特征，丰富空间与图形的经验，建立初步的空间观念。教学时可以组织学生分小组选定一个建筑物，让学生站在不同的角度看这个建筑物，体会从不同的角度看同一个物体时，所看到了形状的变化，逐步发展学生的空间观念。

创设情境是为教学服务的，应该为数学知识和技能的学习服务，为数学思维的发展服务，教学中要引导学生用数学的眼光去关注事物，研究事物中所蕴含的数学道理。

例如，教学“认识乘法”时，一位老师设计了一个动物园的精彩画面，让学生观察并提问：“你们发现了什么?”学生踊跃发言：“我发现动物园里有许多小动物，还有房子、大树、小河”；我发现动物园的小河里

还有鱼在游动";"我发现动物园的小桥上还有两只小兔子,它们正准备过桥去呢"……学生不断有新的发现。这样创设情境,表面上热热闹闹,但与数学学习有多大关系呢?不恰当地"创设情境",让学生在数学意义不大的情节上兜圈子,不利于数学基础知识的教学效率的提高。

在基本技能的训练中,过多地使用有情节的所谓"实际问题,不用或少用普通的试题或表格化的试题,也将大大地降低训练的效率和效果,影响学生的数学能力(尤其是计算能力)的发展。

3. 从生活实践中提出数学问题

加强应用性和实践性是小学数学教学改革的基本理念。教学中,要充分联系学生的生活实际,从学生已有的经验出发,让学生有实践的机会,有运用数学知识解决实际问题的机会,有对数学内容的规律和原理进行探索研究的机会。进行这一系列活动的关键在于如何从生活实践中提出问题,确定研究方向。问题的设计一般说来应注意以下几点:

(1)问题要难易适度

也就是说,提出的问题既要有一定的思考空间,又是学生经过努力可以解决的。前苏联著名心理学家维果茨基把儿意的发展水平分为"现有发展水平"和"最近发展区",正是这种现有发展水平与潜在发展水平的相互矛盾,成为推动学生身心发展的动力。因此,问题应设计在学生的"最近发展区"内,才能激发学生的思考,推动数学活动的进行。

(2)问题最好由学生自己提出

创设情境不是目的,而是为提出问题、展开教学服务的。深入情境之中,教师要及时引导学生分析、观察事物,提出有价值的问题。学生对自己提出的问题必然会产生解决问题的内在需求,学习的主动性会大大增强。例如,教学"百分数的综合应用"时,老师可以根据校史陈列室的资料,提供以下信息:(课件出示)

创办初期我校只有 10 位教师,6 个班级,占地面积 3600 平方米。现在我校教师比创办初期增加了 850%,在校学生有 1640 人,相当于创办初期的 820%,现在绿化面积 6400 平方米,占校园总面积的 20%。

根据这些情况,你们还能知道一些其他的信息吗?

生:可以知道我校现在有多少位教师。

生：可以知道我校现在的校园面积是多少。

生：可以知道我校创办初期有多少学生。

生：可以知道创办初期的校园面积是现在的百分之几。

……

师：请把你最想知道的信息计算出来。

(3)问题尽可能是真实的、有价值的

小学数学都能找到源于实际的真实背景，现行教材已经改变过去那种“例题＋习题”的编排方式，采用“创设情境、建立模型、解释应用”的编排方式，但教学中仍有必要丰富知识背景，使学生切实感到数学来源于生活，数学就在我们身边。课程标准指出：“人人学有价值的数学。”“有价值”体现在学习内容应与学生的现实生活与以往的知识体验密切联系，体现在能使学生感兴趣并在有限的时间里为学生理解和掌握，体现在满足学生未来的社会需求，并有利于学生个性的发展、启迪思维、开发智力。

(4)问题要能激发学生的好奇心和求知欲

例如，第九届国际数学教育大会2001年在日本东京召开。会议期间，日本的一位教师上了一堂六年级的数学课，主题是让学生熟悉正方体。课前每一个同学桌上放着8个小正方体、透明胶和剪刀。开始上课，教师手中托着一个由8个小正方体组成的红色正方体，对同学们说：“这是一个正方体，它是什么颜色？对，是红色。注意，一会儿我把它变成蓝色。”然后，教师请一个同学上来撑开一个黑色的塑料袋，把红色的正方体放进这个塑料袋里，用手摆弄几下，再拿出来变成了一个蓝色的正方体。教师的变戏法激起了学生的好奇心，课堂气氛空前活跃，接着教师在学生们的参与下，分析其中的奥妙。由于每一个小正方体有6个面，8个小正方体就有48个面，其中24个面是红色的，24个面是蓝色的，所以能够做到把正方体的红色变为蓝色，如何变，这其中是有学问的。好奇心、求知欲具有很强的内驱力，可以促进学生克服探究过程中的困难，提高学习效果。

4. 在数学活动中合作交流、获得经验和情感体验

教学要确立学生的主体地位，首先，要从学生的内在需求入手，了

解学生对什么样的问题感兴趣，对什么样的问题存在疑惑，想去探究；其次，将探究的目标建立在学生的需求上，让他们真正成为学习的主人。苏霍姆林斯基说过“人的心灵深处，都有一种根深蒂固的需要，这就是希望感到自己是一个发现者、研究者、探索者”。民主宽松的学习环境，平等愉悦的学习氛围，有利于激发学生的学习兴趣，调动学生学习的积极性和主动性，使学生敢想、敢说、敢问、敢做，勇于展现自我。因此，教师要为学生多创造一点思考的时间，多一点合作交流的余地，多一些体尝成功的愉悦。

新课程强调“主动参与，乐于探究，合作交流”，在一定条件下，组织学生进行小组或全班合作交流，可以让学生在小组或班集体内充分展示自己的才能，满足学生自我表现的欲望，实现自我价值；可以成倍地扩大学生的参与面，同时通过师生之间、生生之间的动态信息交流，实现师生互动，达到思维碰撞、情感交融、成果增值。

例如，教学“化和为小数”时，教师提供一些分数，有些可以化为有限小数，有些不可以化为有限小数，让学生分组研究，再全班讨论交流。为了便于学生研究，教师可以提供“你的探索表”：

你的探索表

1. 哪些分数可以分为有限小数？哪些分数不可以化为有限小数？把它们分为两组，再观察观察。
2. 一个分数能否化为有限小数与什么有关？
3. 提出你们的结论，并说说理由。

又如，一位老师在教学“百分数的意义”结束时提出：这节课快要结束了，老师想了解一下同学们这节课的学习情绪如何？特别是愉快、紧张和遗憾这三种情绪，你能用百分数来告诉大家你这节课的各部分学习情绪所占的比率吗？

学生1：愉快占90%，因为我这节课学得非常高兴；紧张占5%，因为有许多老师听课；遗憾占5%，因为老师有几次都没有请我发言。

学生2：愉快占90%，因为这节课老师让我们一起讨论，我很愉快；紧张、遗憾各占5%。

学生 3：愉快占 50%，紧张占 5%，还有 45%是遗憾，因为这节课的知识实在太有趣了，我想再学下去，可马上就要下课了，我很遗憾。

这不仅是对本堂课学习效果的反馈，更是让学生对学习情绪的体验和反思，设计精巧，余味无穷。

5. 实践与综合应用内容的选择

由于不同地区的经济发展和文化背景存在一定差异，因此，教师可以结合本校、本地区的实际，开发实践与综合应用的课程内容，创造性地使用教材，以满足学生个性发展的要求。教师在自主选择实践与综合应用的课程内容时，应遵循以下原则：

(1)要基于学生的现实生活和直接经验

现实生活和直接经验是学生进行实践与综合应用学习的基础，有了这个基础，才能激发学生学习的兴趣和探究的欲望。

(2)要有效利用近期所学的知识

数学活动的目的之一在于应用知识、巩固知识，把数学活动与近期所学的数学知识联系起来，既能巩固、深化知识，又可以使学生学到一些解决问题的策略，体会到数学的实际价值。

(3)要体现学校和本地区的实际情况

由于城市与农村，经济发达地区与落后地区，学校学生的生活环境不同，教育资源有明显差异，在选择活动内容时应因地制宜，防止脱离实际。

二、实践与综合应用的学习评价

《标准》指出："评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程，激励学生的学习和改进教师的教学；应建立评价目标多元、评价方法多样的评价体系。对数学学习的评价要关注学生学习的结果，更要关注他们学习的过程；要关注学生数学学习的水平，更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度，帮助学生认识自我，建立信心。"根据评价的总体要求，《标准》还在各学段中提出了具体的评价建议。主要有以下几个方面：

1. 注重过程

对"实践与综合应用"的学习，应更多地关注学生的学习过程。这

个过程包括考察学生是否积极主动地参与数学学习活动，是否乐意与同伴进行合作交流，是否用不同的方法操作和探索。例如：用“七巧板拼图”。试拼出下面的图形，再用七巧板拼出你自己喜欢的图形(图9－2)。

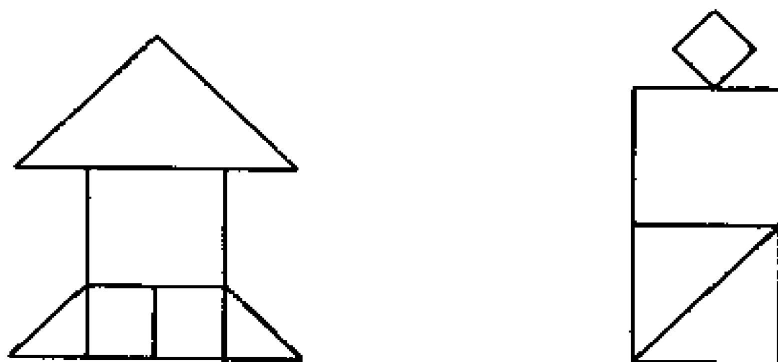


图9－2

学生动手拼出自己喜欢的图形，不仅能发挥学生的空间想像力，而且在活动中学生可以获得积极的情感体验。评价时，要注意学生的感受，注意学生的思维活动、审美情感和解决问题的策略。

2. 重在激励

评价的主要目的在于：“激励学生的学习热情，促进学生的全面发展。”因此，在评价过程中，要用发展的观点去评价学生，对实践过程中学生的任何一点进步都应予以肯定。例如，对于“用长方形、正方形、三角形或圆拼图案”这样一个实践活动，评价的结果可分三个层次：第一个层次，能拼出最常见的图案；第二个展次，能拼出多个图案；第三个层次，能拼出有新意、美感、充分利用几何特征的图案。对每一个层次的学生都应予以鼓励，使得所有学生都有成就感，也明确了努力方向。

3. 方法多样

不同的评价方式都有其长处与不足，教学中要注意运用多种评价方式，使评价更加客观公正。评价方式包括：教师对学生评价、学生之间相互评价和学生自我评价，既可以用操作、表述、活动报告等方式，也可以用观察、访谈、展示、建立成长记录袋等方式。一般不进行书面考试。

4. 定性为主

《标准》指出：在第一学段"评价结果以定性描述的方式呈现"，第二学段"评价结果要采用定性与定量相结合的方式呈现，以定性描述为主"。定性描述通常以评语的形式给出，主要关注学生已经掌握了什么，获得了哪些进步，具备了哪些能力。例如："你观察得很细心，能用数学的眼光看待生活中的事，语言表述流畅，小论文写得也很有条理。"又如："你能积极主动地参与数学学习活动，敢于发表自己的意见，对几何知识感受更加丰富，继续努力！"这样评价有利于学生获得成功的体验，树立学习数学的信心，提高学习兴趣，促进学生不断发展。

思考与练习

1. 小学数学中为什么要设置"实践与综合应用"这一学习内容？
2. 实践与综合应用有哪些学习形式？并举例说明。
3. 如何评价小学生的数学实践活动？
4. 设计一份数学实践活动方案？

参考文献

1. 中华人民共和国教育部．全日制义务教育数学课程标准(实验稿)．北京:北京师范大学出版社,2001

2. 刘兼,孙晓天主编．全日制义务教育数学课程标准解读．北京:北京师范大学出版社,2002

3. 钟启泉主编．新课程师资培训精要．北京:北京大学出版社,2002

4. 罗友发,何谋基主编．新课程教学设计．成都:成都时代出版社,2002

5. 孔企平．小学数学教学的理论与方法．上海:华东师范大学出版社,2002

6. 杨庆余．小学数学课程与教学．上海:上海科技教育出版社,2003

7. 唐瑞芬．数学教学理论选讲．上海:华东师范大学出版社,2001

8. 杨骞．数学“问题解决”研究概览．ebubu. cn: 8010/RESOURCE/Article/JYLW/1/103

9. 胡梦玉．小学数学教学法[M]．北京:北京师范大学出版社,1986

10. 马云鹏．小学数学教学论[M]．北京:人民教育出版社,2003

11. 刘电芝．小学数学学与教的策略[M]．重庆:西南师范大学出版社,2001

12. 钟启泉,孔企平．小学数学课程与教学论[M]．杭州:浙江教育出版社,2003